Reporte Técnico de Actividades Práctico-Experimentales Nro. 002

1. Datos de Identificación del Estudiante y la Práctica

Nombre del estudiante(s)	Guevara Moncada Wilson Joel Jaramillo Jaramillo Yuleisy Cecibel Nero Fernandez Josselin Estefania Roblez Roblez Sdier Emanuel
Asignatura	Matemáticas Discretas
Ciclo	1er Ciclo
Unidad	Unidad 2: Álgebra de Boole
Resultado de aprendizaje de la unidad	Utiliza eficientemente los principios de la lógica matemática, bajo los principios de solidaridad, transparencia, responsabilidad y honestidad
Práctica Nro.	002
Título de la Práctica	Operaciones Booleanas, Simplificación de Expresiones, Mapas de Karnaugh y Propiedades del Álgebra Booleana
Nombre del Docente	Mario Enrique Cueva Hurtado
Fecha	Semana 9 y 10: del 1 al 12 de junio
Horario	Lunes, Martes, Miércoles 07:30 – 09:30
Lugar	Aula de la Carrera de Computación / Laboratorio de Computación / Aula Virtual (Zoom)
Tiempo planificado en el Sílabo	18 horas (3 horas por sesión APE)

2. Objetivo(s) de la Práctica

- Comprender los principios fundamentales del álgebra de Boole y su relación con la lógica proposicional estudiada en la Unidad 1.
- Aplicar las operaciones booleanas básicas (AND, OR, NOT, XOR, XNOR, NAND, NOR) en la construcción y simplificación de expresiones booleanas.
- Dominar las técnicas de simplificación de expresiones booleanas: algebraica, por mapas de Karnaugh (2, 3 y 4 variables), y propiedades del álgebra booleana.
- Diseñar funciones lógicas a partir de especificaciones dadas, expresándolas en diferentes formas (suma de productos, producto de sumas) y minimizándolas.
- Relacionar el álgebra de Boole con aplicaciones prácticas en computación: circuitos lógicos, diseño digital, consultas SQL y programación.

3. Materiales, Reactivos, Equipos y Herramientas

- Pizarra y marcadores de colores
- Proyector multimedia
- Hojas de trabajo con ejercicios de operaciones booleanas y mapas de Karnaugh • Plantillas impresas de mapas de Karnaugh (2, 3 y 4 variables)
- Guía de simplificación algebraica de expresiones booleanas
- Calculadora científica
- PC o laptop (mínimo 1 por estudiante)
- Plataforma EVA de la UNL para entregas y foros
- Laboratorio de computación para prácticas
- Herramientas colaborativas: Google Drive, Wiki
- Simuladores de circuitos lógicos online (Logisim, CircuitVerse)
- Software de presentación (PowerPoint, Canva)
- Máximo de personas por grupo: 4-5 estudiantes

4. Procedimiento / Metodología Ejecutada

FASE 3 y 4 : Mapas de Karnaugh 2, 3 y 4 variables

• **Paso 3:** Los equipos trabajan en talleres de diseño de funciones lógicas: dado un problema práctico (ej: sistema de alarma, control de acceso, circuito de votación), construyen la tabla de verdad, el mapa de Karnaugh, y obtienen el circuito lógico simplificado.

• **Paso 4**: Análisis de formas canónicas: conversión entre suma de productos (SOP) y producto de sumas (POS), obtención de mintérminos y maxtérminos, y su relación con los mapas de Karnaugh.

• **Paso 5:** Comparación entre la simplificación algebraica y el método de Karnaugh: ventajas, desventajas y limitaciones de cada método. Los estudiantes simplifican la misma expresión por ambos métodos y comparan resultados.

• **Paso 6**: Prácticas individuales de ejercicios de minimización con mapas de Karnaugh. Los estudiantes resuelven al menos 5 ejercicios de 2, 3 y 4 variables con diferentes niveles de dificultad.

. **Paso 7:** Verificación de los ejercicios realizados.

• **Paso 8:** Entrega del portafolio de mapas de Karnaugh (2, 3 y 4 variables) a través de la plataforma EVA. Discusión sobre la responsabilidad ambiental en el diseño de circuitos eficientes (minimización de componentes electrónicos).

5. Resultados

Paso 3: Los equipos trabajan en talleres de diseño de funciones lógicas: dado un problema práctico (ej: sistema de alarma, control de acceso, circuito de votación), construyen la tabla de verdad, el mapa de Karnaugh, y obtienen el circuito lógico simplificado.

- Planteamiento del problema.

Se desea diseñar el circuito de control para activar un Sistema de Evacuación de Humos y Calor (S) en una sala de servidores críticos (DATA CENTER). El sistema de monitorear parámetros ambientales y de seguridad a través de cuatro sensores digitales para optimizar el consumo eléctrico y salvaguardar los equipos

- Definición de Variables de Entrada

- Temperatura: (T) 1 si la temperatura supera los 35°C - Alta; 0 si es Normal
- Humedad: (H) 1 si la humedad relativa supera el 70% - Alta; 0 si es Normal
- Presencia (P) 1 si hay personal técnico trabajando en la sala; 0 si es Normal y la sala está vacía
- Alarma: (A) 1 si se activa el detector de humo/incendio; 0 si el ambiente está limpio.

- Definición de la Variable de Salida

- Estado de Enfriamiento de Humos y calor: (S) 1 para activar la ventilación o evacuación forzada; 0 para mantenerlo apagado.

- Condiciones de activación críticas

1. SEGURIDAD ABSOLUTA
El sistema se enciende siempre que ocurra un conato de incendio (A = 1), sin importar las demás variables.

2. CONFORT TÉCNICO HUMANO
El sistema se activa si la temperatura es alta (T = 1) y hay personal trabajando (P = 1)

3. PROTECCIÓN DE HARDWARE
El sistema se activa si la humedad es excesiva (H = 1) y la sala se encuentra completamente vacía (P = 0)

TABLA DE VERDAD Y MAPA DE KARNAUGH

- TABLA DE VERDAD

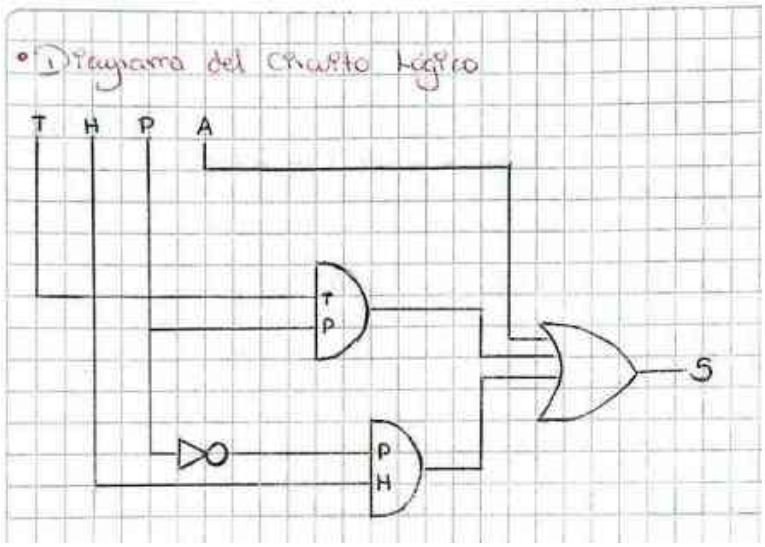
T	H	P	A	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

- MAPA DE KARNAUGH Y SIMPLIFICACIÓN LÓGICA

TH \ PA	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	0
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

$$S = A + (H \cdot \overline{P}) + (T \cdot P)$$

CIRCUITO ELECTRICO SIMOLIFICADO



Paso 4: Análisis de formas canónicas: conversión entre suma de productos (SOP) y producto de sumas (POS), obtención de mintérminos y maxtérminos, y su relación con los mapas de Karnaugh.

2) Análisis de formas canónicas: conversión entre suma de productos (SOP) y producto de sumas (POS), obtención de mintérminos y maxtérminos y su relación con los mapas de Karnaugh

1. OBTENCIÓN DE TÉRMINOS MAXTÉRMINOS (POS - Producto de Sumas)

Para la forma POS, nos enfocamos en las filas de la tabla de verdad donde la salida $S=0$. Cada una de estas filas es un maxtérmino (M). Aquí la lógica es inversa: si la variable vale 0 se coloca normal y si vale 1 se coloca negada, sumándose entre sí.

La salida S es igual a 0 en los siguientes posiciones.

- M_0 (0000) → $(T + H + P + A)$
- M_2 (0010) → $(T + H + \overline{P} + A)$
- M_6 (0110) → $(T + \overline{H} + \overline{P} + A)$
- M_8 (1000) → $(\overline{T} + H + P + A)$

Expresión Canónica POS:

Representamos la función como el producto (Π) de estos maxtérminos

$$S(T,H,P,A) = \Pi\, M(0,2,6,8)$$

$$S = (T+H+P+A)\cdot(T+H+\overline{P}+A)\cdot(T+\overline{H}+\overline{P}+A)\cdot(\overline{T}+H+P+A)$$

2. OBTENCIÓN DE MINTÉRMINOS (SOP - Suma de Productos)

Para la SOP, nos enfocamos en todas las filas de la tabla de verdad donde la salida S=1. Cada una de estas filas representa un mintermino (m). Si la variable vale 1 se pone normal, y si vale 0 se pone negada.

La salida S es igual a 1 en los siguientes minitérminos.

- m_1 (0001) → $\bar{T}\bar{H}\bar{P}A$
- m_3 (0011) → $\bar{T}\bar{H}PA$
- m_4 (0100) → $\bar{T}H\bar{P}\bar{A}$
- m_5 (0101) → $\bar{T}H\bar{P}A$
- m_7 (0111) → $\bar{T}HPA$
- m_9 (1001) → $T\bar{H}\bar{P}A$
- m_{10} (1010) → $T\bar{H}P\bar{A}$
- m_{11} (1011) → $T\bar{H}PA$
- m_{12} (1100) → $TH\bar{P}\bar{A}$
- m_{13} (1101) → $TH\bar{P}A$
- m_{14} (1110) → $THP\bar{A}$
- m_{15} (1111) → $THPA$

Expresión Canónica SOP

Representamos la función como la sumatoria (Σ) de estos minitérminos

$$S(T,H,P,A) = \Sigma m(1,3,4,5,7,9,10,11,12,13,14,15)$$

$$S = \bar{T}\bar{H}\bar{P}A + \bar{T}\bar{H}PA + \bar{T}H\bar{P}\bar{A} + \bar{T}H\bar{P}A + \bar{T}HPA + T\bar{H}\bar{P}A + T\bar{H}P\bar{A} + T\bar{H}PA + TH\bar{P}\bar{A} + TH\bar{P}A + THP\bar{A} + THPA$$

3. RELACIÓN CON EL MAPA DE KARNAUGH

- Mintérminos (SOP): Representan los doce 1 ubicados en las celdas de tu mapa. Al agruparlos obtienes la función simplificada

$$S = A + (H \cdot \bar{P}) + (T \cdot P)$$

- Maxtérminos (POS): Representan los cuadros 0 vacíos en tu mapa. Agrupar estos ceros permite simplificar la función por su inverso lógico.

Paso 5: Comparación entre la simplificación algebraica y el método de Karnaugh: ventajas, desventajas y limitaciones de cada método. Los estudiantes simplifican la misma expresión por ambos métodos y comparan resultados.

Tabla comparativa de Ventajas, desventajas y limitaciones de cada método

Método	Ventajas	Desventajas	Limitaciones
Simplificación algebraica	Es un método muy flexible porque permite trabajar con identidades y leyes del álgebra booleana. Sirve para resolver expresiones paso a paso y ayuda a comprender mejor el procedimiento.	Puede ser más larga y propensa a errores si la expresión es compleja. Depende bastante de la habilidad de la persona para identificar las leyes correctas.	No siempre garantiza la forma más simple de manera rápida. En funciones grandes puede volverse confusa y poco práctica.
Método de Karnaugh	Es visual, ordenado y más rápido para funciones pequeñas o medianas. Facilita encontrar la forma mínima agrupando términos de manera directa.	Se vuelve difícil de usar cuando la función tiene muchas variables. También puede ser menos flexible si la expresión no encaja fácilmente en los grupos del mapa.	Su uso práctico se limita normalmente a pocas variables, porque al aumentar la cantidad de variables el mapa crece demasiado y pierde claridad.

EJERCICIO DE 3 VARIABLES

Ejercicio 1:

EJERCICIO 1

$F(A,B,C) = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

Algebra booleana

$F = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

$F = A(B + B\bar{C} + \bar{B}C) + \bar{A}BC$ ley distributiva

$F = A(B + \bar{B}C) + \bar{A}BC$ ley de absorción

$F = A(B + C) + \bar{A}BC$ Absorción parcial

$F = AB + AC + \bar{A}BC$ ley distributiva

$F = AB + C(A + \bar{A}B)$ ley distributiva

$F = AB + C(A + B)$ Absorción parcial

$F = AB + AC + BC$ ley distributiva

Mapa de Karnaugh

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

GRUPOS
Grupos 1 (2 unos): AB
Grupos 2 (2 unos): BC
Grupos 3 (2 unos): AC

$F = AB + AC + BC$

CONCLUSIÓN En los dos procesos queda la misma respuesta

$F = AB + AC + BC$

EJERCICIO 2.

$F(A, B, C, D) = AB + A\bar{B} + ACD + A\bar{C}D + A\bar{C}D + ABC$

Algebra Booleana.

$F = AB + A\bar{B} + ACD + A\bar{C}D + ABC$ — Ley distributiva
$F = A(B+\bar{B}) + AD(\bar{C}+C) + ABC$ — Ley del complemento
$F = A(1) + AD(1) + ABC$ — Ley de identidad
$F = A + AD + ABC$ — Absorción
$F = A + ABC$ — Absorción.
$F = A$

MAPAS DE KARNAUGH

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

GRUPO 1 (8 unos) = A

$F = A$

CONCLUSIÓN En los dos procesos queda la misma respuesta.

$F = A$

EJERCICOS DE 4 VARIABLES

Ejercicio 3:

EJERCICIO 3

$F(A, B, C, D) = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$

Algebra booleana.

$F = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$ — Ley distributiva
$F = BC(A+\bar{A}) + BD(C+\bar{C}) + A\bar{B}D$ — Ley complemento
$F = BC(1) + BD(1) + A\bar{B}D$ — Ley de identidad
$F = BC + BD + A\bar{B}D$ — Ley distributiva
$F = BC + D(B+A\bar{B})$ — Absorción parcial
$F = BC + D(B+A)$ — Ley distributiva.
$F = BC + BD + AD$

Mapa de Karnaugh

	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

GRUPOS
Grupo 1 (4 unos) BD
Grupo 2 (4 unos) AD
Grupo 3 (4 unos) CB

$F = BD + AD + CB$

CONCLUSIÓN Por los dos métodos queda la misma respuesta.

$F = BD + AD + CB.$

SIMPLIFICACIÓN METODO ALGEBRAICO

$F = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}C + ABC$

$F = \bar{A}C(\bar{B}+B) + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$	Agrupación
$F = \bar{A}C(1) + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$	Ley identidad
$F = \bar{A}C + AC(\bar{B}+B) + A\bar{B}\bar{C}$	Agrupación
$F = \bar{A}C + AC + A\bar{B}\bar{C}$	Ley de identidad
$F = C(\bar{A}+A) + A\bar{B}\bar{C}$	Agrupación
$F = C(1) + A\bar{B}\bar{C}$	Ley de identidad
$F = C + A\bar{B}\bar{C}$	Ley de identidad
$F = C + \bar{C}(A\bar{B}$	Ley de distribución.
$F = C + A\bar{B}$	

EJERCICIO DE 4 VARIABLES.

$E(w,x,y,z) = \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}\bar{x}yz + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}xyz + w\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z$

Tabla de verdad.

w	x	y	z	F
0	0	0	0	
0	0	1	1	
0	0	0	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	

MAPA DE KARNAUGH

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	0	0
10	0	1	0	0

$G = \bar{w}z + \bar{y}z$

SIMPLIFICACIÓN BOOLEANA

$G = \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}\bar{x}yz + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}xyz + w\bar{x}\bar{y}z + xw\bar{y}z$	
$G = \bar{w}z(\bar{x}\bar{y} + x\bar{y} + xy) + x\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z$	Agrupación
$G = \bar{w}z(\bar{x}(\bar{y}+y) + x(\bar{y}+y)) + w\bar{x}\bar{y} + wx\bar{y}z$	Agrupación
$G = \bar{w}z(\bar{x}(1) + x(1)) + w\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z$	L. Identidad
$G = \bar{w}z(\bar{x} + x) + w(\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z$	L. identidad
$G = \bar{w}z(1) + w\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z$	L. identidad
$G = \bar{w}z + w\bar{y}z(\bar{x}+x)$	Agrupación
$G = \bar{w}z + w\bar{y}z(1)$	Ley de identidad
$G = \bar{w}z + w\bar{y}z$	L. identidad
$G = \bar{w}z + w\bar{y}z$	L. identidad
$G = z(\bar{w} + w\bar{y})$	L. identidad
$G = z(w + y)$	L. distribución
$G = \bar{w}z + \bar{y}z$	L. distribución.

Paso 6: Prácticas individuales de ejercicios de minimización con mapas de Karnaugh. Los estudiantes resuelven al menos 5 ejercicios de 2, 3 y 4 variables con diferentes niveles de dificultad

Ejercicio 1:

Ejercicios de 3 variables

Ejercicio 1:

$F(A, B, C) = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

Tabla completa

$(A \cdot B)$	$+(\bar{A} \cdot B \cdot C)$	$+(A \cdot B \cdot \bar{C})$	$+(A \cdot \bar{B} \cdot C)$
0 0 0 0 1 0 0 0 0	0	0 0 0 0 1	0	0 0 1 0 0
0 0 0 0 1 0 0 0 1	0	0 0 0 0 0	0	0 0 1 0 1
0 0 1 0 1 1 1 0 0	0	0 0 1 0 1	0	0 0 0 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 1	1	0 0 1 0 0	1	0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 0 0 0	0	1 0 0 0 1	0	1 1 1 0 0
1 0 0 0 0 0 0 0 1	0	1 0 0 0 0	1	1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 0 1 0 0	1	1 1 1 1 1	1	1 0 0 0 0
1 1 1 1 0 0 1 0 1	1	1 1 1 0 0	1	1 0 0 0 1

Mapa de Karnaugh

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

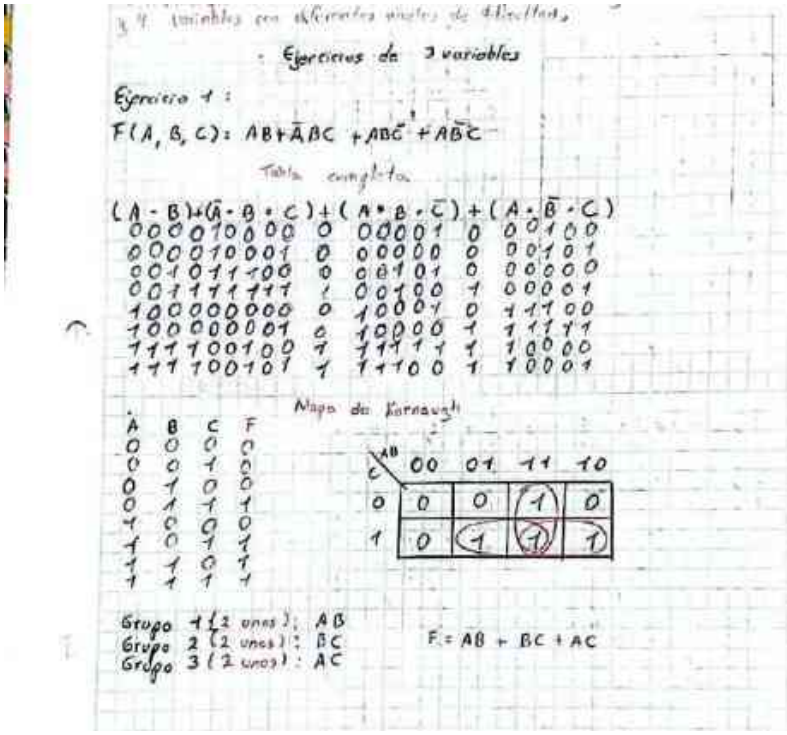
C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

Grupo 1 (2 unos): AB
Grupo 2 (2 unos): BC
Grupo 3 (2 unos): AC

$F = AB + BC + AC$

• **Paso 6**: Prácticas individuales de ejercicios de minimización con mapas de Karnaugh. Los estudiantes resuelven al menos 5 ejercicios de 2, 3 y 4 variables con diferentes niveles de dificultad.

Ejercicio 1:



Ejercicios de 3 variables

Ejercicio 1:

$F(A, B, C) = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

Tabla completa

$(A \cdot B)$	$+(\bar{A} \cdot B \cdot C)$	$+(A \cdot B \cdot \bar{C})$	$+(A \cdot \bar{B} \cdot C)$
0000	0100	00001	00100
0000	0001	00000	00101
0010	1100	00101	00000
0011	1111	00100	00001
1000	0000	10001	11100
1000	0001	10000	11111
1111	0010	11111	10000
1111	0101	11110	10001

Mapa de Karnaugh

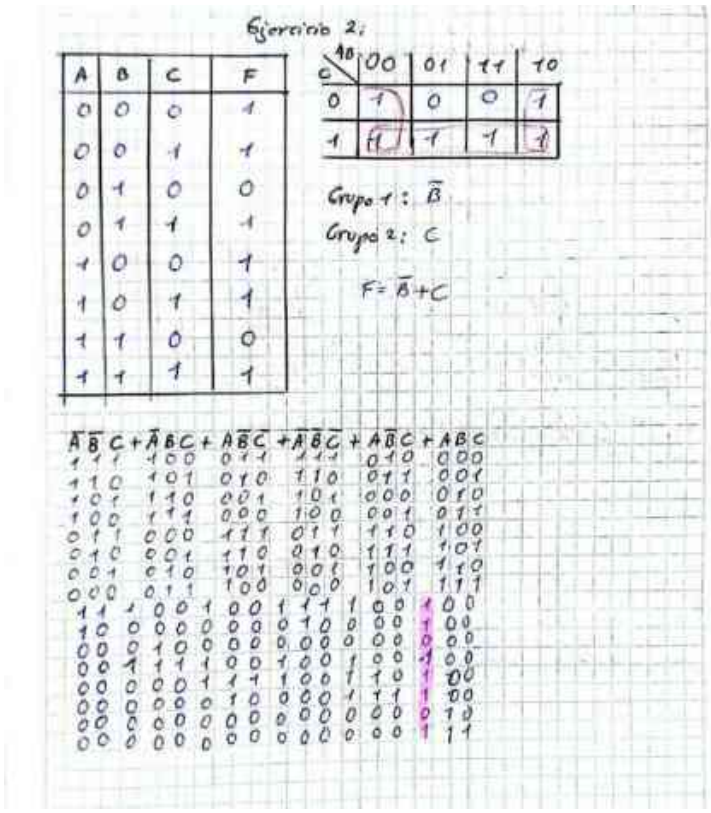
A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

Grupo 1 (2 unos): AB
Grupo 2 (2 unos): BC
Grupo 3 (2 unos): AC

$F = AB + BC + AC$

Ejercicio 2:



Ejercicio 2:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

C \ AB	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Grupo 1: $\bar{B}$
Grupo 2: C

$F = \bar{B} + C$

$\bar{A}\bar{B}C$	$+\bar{A}BC$	$+A\bar{B}\bar{C}$	$+\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$+A\bar{B}C$	$+ABC$
111	100	011	111	010	000
110	101	010	110	011	001
101	110	001	101	000	010
100	111	000	100	001	011
011	000	111	011	110	100
010	001	110	010	111	101
001	010	101	001	100	110
000	011	100	000	101	111
11	001	001	11	100	100
10	000	000	010	001	00
00	010	000	000	000	00
01	111	001	001	001	00
00	001	111	100	110	100
00	000	000	000	000	010
00	000	000	000	000	111

Ejercicio 3:

Ejercicios de 4 variables

Ejercicio 3:

$F(A,B,C,D) = AB + A\bar{B} + ACD + A\bar{C}D + ABC$

Tabla completa

$(A \cdot B)$		$(A \cdot \bar{B})$		$(A \cdot C \cdot D)$		$(A \cdot \bar{C} \cdot D)$		$(A \cdot B \cdot C)$
000	0	001	0	00000	0	00100	0	00000
000	0	001	0	00001	0	00101	0	00000
000	0	001	0	00100	0	00000	0	00001
000	0	001	0	00101	0	00001	0	00001
001	0	000	0	00000	0	00100	0	00100
001	0	000	0	00001	0	00101	0	00100
001	0	000	0	00100	0	00000	0	00101
001	0	000	0	00101	0	00001	0	00101
100	1	111	1	10000	1	11100	1	10000
100	1	111	1	10001	1	11111	1	10000
100	1	111	1	11100	1	10000	1	10001
100	1	111	1	11111	1	10001	1	10001
111	1	100	1	10000	1	11100	1	11100
111	1	100	1	10001	1	11111	1	11100
111	1	100	1	11100	1	10000	1	11111
111	1	100	1	11111	1	10001	1	11111

Mapa de Karnaugh

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

Grupo 1 (8 unos): A

$F = A$

Ejercicio 4:

Ejercicio 4:

$F(A,B,C,D) = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$

Tabla completa

$(\bar{A}\cdot B\cdot C)$	+	$(A\cdot B\cdot C)$	+	$(B\cdot C\cdot D)$	+	$(B\cdot \bar{C}\cdot D)$	+	$(A\cdot \bar{B}\cdot D)$
10000	0	00000	0	00000	0	00100	0	000100
10000	0	00000	0	00001	0	00101	0	000101
10001	0	00001	0	00100	0	00000	0	000100
10001	0	00001	0	00101	0	00001	0	000101
11100	0	00100	0	10000	0	11100	0	000000
11100	0	00100	0	10001	1	11111	1	000001
11111	1	00101	1	11100	1	10000	1	000000
11111	1	00101	1	11111	1	10001	1	000001
00000	0	10000	0	00000	0	00100	0	011100
00000	0	10000	0	00001	0	00101	1	111111
00001	0	10001	0	00100	0	00000	0	011100
00001	0	10001	0	00101	0	00001	1	111111
00100	0	11100	0	10000	0	11100	0	010000
00100	0	11100	0	10001	1	11111	1	010001
00101	0	11111	1	11100	1	10000	1	010000
00101	0	11111	1	11111	1	10001	1	010001

Mapa de Karnaugh

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

Grupo 1 (4 unos): BD

Grupo 2 (4 unos): AD

Grupo 3 (4 unos): CB

$F = BD + AD + CB$

AB \ C	0	1
00	0 (0)	0 (1)
01	0 (2)	1 (3)
11	1 (6)	1 (7)
10	0 (4)	1 (5)

Simplified Boolean Expression

AB + AC + BC

Ejercicio 2:

SOP Form | POS Form

AB \ C	0	1
00	0 (0)	1 (1)
01	0 (2)	1 (3)
11	0 (6)	1 (7)
10	1 (4)	1 (5)

Simplified Boolean Expression

AB' + C

Ejercicio 3:

AB \ CD	00	01	11	10
00	0 (0)	0 (1)	0 (3)	0 (2)
01	0 (4)	0 (5)	0 (7)	0 (6)
11	1 (12)	1 (13)	1 (15)	1 (14)
10	1 (8)	1 (9)	1 (11)	1 (10)

Simplified Boolean Expression

A

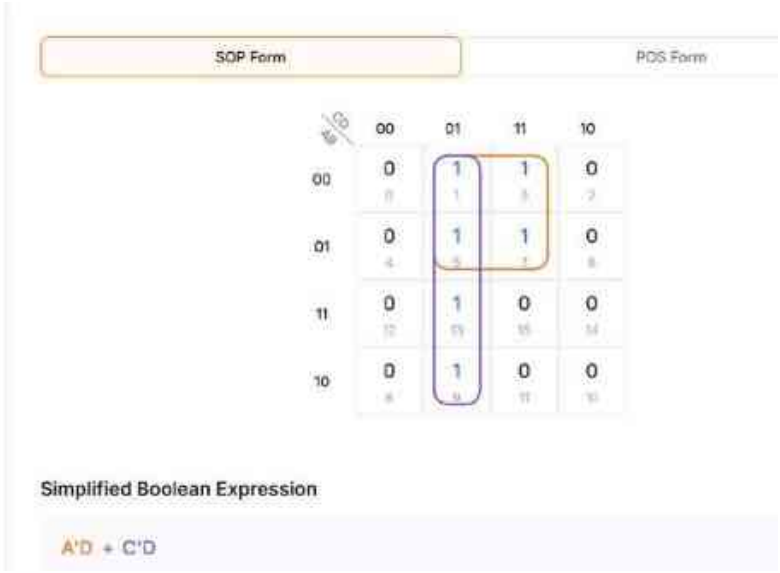
Ejercicio 4:

AB \ C	0	1
00	0 (0)	0 (1)
01	0 (2)	1 (3)
11	1 (6)	1 (7)
10	0 (4)	1 (5)

Simplified Boolean Expression

AB + AC + BC

Ejercicio 5:



Paso 7: Entrega del portafolio de mapas de Karnaugh (2, 3 y 4 variables) a través de la plataforma EVA. Discusión sobre la responsabilidad ambiental en el diseño de circuitos eficientes (minimización de componentes electrónicos).

Portafolios:

Yuleisy Cecibel Jaramillo Jaramillo

https://github.com/yuleisyjaramillo2008/Matem-ticaDiscretaU2/tree/mainticaDiscretaU2/tree/main

Josselin Estefania Nero Fernandez

https://drive.google.com/drive/folders/1iSc23lMw5eyb2XyVjxQKbFHY04M0OD02?usp=drive_link

Sdier Emanuel Roblez Roblez

https://drive.google.com/drive/folders/1W2RJhetZm-z6HKdqT53L9Iz7Ijpu1dbA?usp=drive_link

Wilson Joel Guevara Moncada

https://github.com/moncadajoelwg-del/matematicasDiscretas-/blob/main/UNIDAD2.md

Discusión:

Yuleisy Cecibel Jaramillo Jaramillo

Hablar sobre la responsabilidad ambiental y su relación con el uso de componentes en el diseño de circuitos es fundamental, debido al aumento descontrolado de residuos eléctricos, los cuales son una amenaza tanto para la salud humana como para el ambiente.

Es por esa razón que la optimización de diseños de circuitos es fundamental, ya que, entre más componentes se use mayor va ha ser los residuos eléctricos.

Según un estudio publicado por la Universidad de Lund, se estima que el 80% de los impactos ambientales de un producto están predeterminados en la fase del diseño [1]. Es decir, que la mayor parte de la contaminación es producida porque los circuitos no son optimizados creando un mayor impacto en el medio ambiente tanto por la contaminación como por el uso innecesario de recursos.

Lo que ocasionan desechos es la expulsión de metales pesados como mercurio, cadmio, plomo y zinc [1], los cuales contaminan el suelo y el agua.

Otra riesgo también es la contaminación de la atmosfera producida por la expulsión de gases tóxicos.

Es por estas razones que la optimización de circuitos es muy importante para reducir el impacto del ser humano en el medio ambiente, es por esta razón que hay que optimizarlos lo más posible, siendo esto lo más fundamental.

Sdier Emanuel Roblez Roblez

Desde mi punto de vista, la responsabilidad ambiental en el diseño de circuitos eficientes es un tema que cada vez tiene mayor importancia, ya que demuestra que el avance tecnológico puede ir de la mano con el cuidado del medio ambiente. La minimización de componentes electrónicos no solo busca simplificar un circuito o mejorar su funcionamiento, sino también reducir el consumo de materiales, disminuir el gasto energético y generar una menor cantidad de residuos electrónicos. Durante esta discusión comprendí que cada decisión tomada en la etapa de diseño puede tener un impacto significativo a largo plazo, por lo que es fundamental buscar soluciones que sean eficientes y sostenibles. Por esta razón, considero que los profesionales del área deben asumir un compromiso con la creación de tecnologías más responsables, capaces de satisfacer las necesidades actuales sin afectar negativamente a las futuras generaciones.

Wilson Joel Guevara Moncada

La responsabilidad ambiental en el diseño de circuitos electrónicos, planteando que la ingeniería de hardware debe evolucionar de la mano con la ecología. El núcleo del debate se centra en un dato alarmante: el 80% del impacto ambiental de un producto se define en su etapa de diseño, lo que significa que un circuito mal optimizado genera un desperdicio masivo de recursos y una acumulación descontrolada de basura tecnológica. Esta falta de eficiencia no solo eleva el consumo energético, sino que provoca la liberación de metales pesados altamente peligrosos (como plomo, mercurio y cadmio) que envenenan el suelo, el agua y la atmósfera, poniendo en riesgo la salud humana. En conclusión, ambos coinciden en que optimizar y simplificar los componentes no es un simple capricho técnico, sino un deber ético fundamental para los profesionales del área, quienes deben comprometerse a crear tecnologías sostenibles que satisfagan las necesidades actuales sin destruir el futuro de las próximas generaciones.

Josselin Estefania Nero Fernandez

En la actualidad, el diseño de circuitos electrónicos no solo debe priorizar la eficiencia técnica y el costo económico, sino también la sostenibilidad y el impacto ecológico. La responsabilidad ambiental en esta área implica adoptar un enfoque de ciclo de vida completo, desde la selección de materias primas menos contaminantes (como componentes libres de plomo y retardantes de llama halogenados) hasta la optimización del consumo energético del hardware. Asimismo, un diseño responsable debe anticipar el fin de la vida útil del dispositivo, facilitando el reciclaje, la reutilización de componentes y la reducción de la basura electrónica (e-waste). Incorporar estos criterios desde las fases iniciales de la ingeniería electrónica ya no es una opción ética aislada, sino una necesidad imperativa para mitigar la huella de carbono y promover un desarrollo tecnológico que sea verdaderamente sostenible.

6. Preguntas de Control

Responda a las preguntas del docente.

1. **Simplifique la siguiente expresión booleana utilizando el método de Karnaugh (4 variables): F(A,B,C,D) = Σm(0,1,2,5,6,7,8,9,10,14). Muestre el mapa de Karnaugh, los grupos formados y la expresión simplificada resultante. Compare el resultado con la simplificación algebraica.**

MAPA DE KARNAUGH

GRUPOS FORMADOS

2. GRUPOS ÓPTIMOS FORMADOS

- Grupo 1 (4 Esquinas) = $m_0, m_{10}, m_{12}, m_{15}$
- Grupo 2 (Columna de 4 vertical) = m_3, m_7, m_{11}, m_{15}
- Grupo 3 (Lazo de 2 horizontal) = m_5, m_6
- Grupo 4 (4 adyacentes) = $m_0, m_1 - m_2, m_3$

Resultado Final por Karnaugh = $\bar{B}\bar{D} + \bar{B}\bar{C} + C\bar{D} + \bar{A}BD$

SIMPLIFICACION ALGEBRAICA

3. SIMPLIFICACIÓN ALGEBRAICA

$F(A,B,C,D) = \Sigma m(0, 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 14)$

Traducido a términos algebraicos individuales

$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}C\bar{D} +$

DESARROLLO DEL BLOQUE 2

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D$	Ecuación Inicial
$\bar{A}\bar{B}\bar{C}(\bar{D}+D) + A\bar{B}\bar{C}(\bar{D}+D)$	Distributiva.
$\bar{A}\bar{B}\bar{C}(1) + A\bar{B}\bar{C}(1)$	Complemento.
$\bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$	Multiplicación.
$\bar{B}\bar{C}(\bar{A}+A)$	Distributiva.
$\bar{B}\bar{C}(1)$	Complemento
$\bar{B}\bar{C}$	Resultado.

DESARROLLO DEL BLOQUE 3.

$\bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + ABC\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$	Ecuación Inicial
$\bar{A}C\bar{D}(\bar{B}+B) + \bar{A}C\bar{D}(\bar{B}+B)$	Distributiva.
$\bar{A}C\bar{D}(1) + \bar{A}C\bar{D}(1)$	Complemento
$\bar{A}C\bar{D} + \bar{A}C\bar{D}$	Multiplicación
$C\bar{D}(\bar{A}+A)$	Distributiva.
$C\bar{D}(1)$	Complemento.
$C\bar{D}$	Resultado

DESARROLLO DEL BLOQUE 4

$\bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD$	Ecuación Inicial
$\bar{A}BD(\bar{C}+C)$	Distributiva.
$\bar{A}BD(1)$	Complemento
$\bar{A}BD$	Resultado
$\bar{A}BD$	Final

Obtenemos el resultado Final uniendo todos los resultados intermedios obtenidos de cada bloque independiente:

$F = \bar{B}\bar{D} + B\bar{C} + C\bar{D} + \bar{A}BD$

TABLA COMPARATIVA

4. TABLA COMPARATIVA

CRITERIO	MÉTODO DE KARNAUGH	ALGEBRA DE BOOLE
RESULTADO	$F=\bar{B}\bar{D}+\bar{B}\bar{C}+C\bar{D}+\bar{A}BD$	$F=\bar{B}\bar{D}+\bar{B}\bar{C}+C\bar{D}+\bar{A}BD$
FACILIDAD PARA TRANSCRIBIR	Muy alta (visual y directo)	Media (Requiere recordar factorización)
CONCLUSIÓN	AMBOS MÉTODOS SON EQUIVALENTES Y VÁLIDOS	

2. **Explique por qué las compuertas NAND y NOR se consideran "universales". Demuestre cómo implementar las operaciones AND, OR y NOT utilizando únicamente compuertas NAND. ¿Qué implicaciones tiene esto en el diseño de circuitos integrados?**

Se consideran universales porque son capaces de replicar, por sí solas, las tres operaciones lógicas fundamentales de la comunidad booleana: NOT, AND y OR.

Dado que cualquier circuito digital o procesador —por más complejo que sea— se compone de combinaciones de estas tres operaciones básicas, se deduce que puedes construir absolutamente cualquier sistema digital utilizando única y exclusivamente compuertas NAND (o únicamente NOR). No necesitas nada más.

En matemáticas y computación, esto se conoce como un conjunto funcionalmente completo.

1. Operación NOT (Inversor)

Para invertir una señal, se puentean (conectan entre sí) las dos entradas de la compuerta NAND. Al recibir la misma información, la salida es la negación de la entrada.

- Ecuación: $\overline{AA} = \bar{A}$

2. Operación AND

Una compuerta AND es lo opuesto a una NAND. Por lo tanto, se toma una primera NAND y su salida se conecta a una segunda NAND configurada como NOT (con sus entradas unidas) para anular la negación original.

- Ecuación: $\overline{\overline{AB}} = AB$

3. Operación OR

Por el Teorema de De Morgan, una suma lógica (A + B) equivale a un producto de variables negadas y luego invertido. Se necesitan tres compuertas NAND: dos actúan como inversores independientes para las entradas A y B, y sus salidas entran a una tercera NAND.

- Ecuación: $\overline{\bar{A}\bar{B}} = A + B$

El uso de compuertas universales (especialmente la NAND) transforma por completo la fabricación de hardware por tres razones clave:

1. Reducción de costos (Economía de escala)

En lugar de diseñar y fabricar fotolitos distintos para compuertas AND, OR y NOT, las fábricas de semiconductores optimizan sus líneas de producción para masificar un solo tipo de celda estandarizada (la NAND). Fabricar miles de millones de copias de un mismo diseño reduce drásticamente los costos de producción y prueba.

2. Ahorro de espacio y transistores (Optimización de Silicio)

En la tecnología CMOS (con la que se fabrican los procesadores actuales), una compuerta NAND requiere solo 4 transistores, mientras que una AND requiere 6 transistores (una NAND + un inversor). Diseñar los circuitos usando principalmente NAND ahorra millones de transistores, reduciendo el tamaño del chip y el consumo de energía.

3. Facilidad en el enrutamiento (Layout)

Al automatizar el diseño de un chip mediante software (herramientas EDA), es mucho más fácil para los algoritmos interconectar celdas idénticas repetitivas que andar combinando piezas de diferentes formas y tamaños geométricos. Esto simplifica el mapa físico del silicio.

3. **Analice la relación entre el álgebra de Boole y las consultas en bases de datos SQL. ¿Cómo se aplican los operadores booleanos (AND, OR, NOT) en la construcción de consultas complejas? Argumente con ejemplos de consultas SQL que combinen múltiples condiciones.**

1. Relación entre el Álgebra de Boole y SQL.

La relación es sencilla: El álgebra de Boole es el motor lógico que decide qué datos se muestran y cuáles se ocultan en SQL.

Esta conexión se basa en tres pilares:

A. Evaluación Fila por Fila (1 o 0)

El álgebra de Boole solo entiende dos valores: Verdadero (1) o Falso (0). Cuando ejecutas una consulta con un WHERE, SQL analiza la tabla registro por registro:

- Si los datos de una fila hacen que la condición sea Verdadera, la fila se selecciona.
- Si hacen que sea Falsa, la fila se descarta.

B. Equivalencia con la Teoría de Conjuntos

Cada tabla es un conjunto de datos. Los operadores booleanos en SQL funcionan exactamente como la lógica de conjuntos matemática:

- AND es una Intersección (solo registros que cumplen ambas condiciones).
- OR es una Unión (registros que cumplen una, otra o ambas condiciones).
- NOT es una Exclusión (todo lo que quede fuera de la condición).

C. Optimización Automática

El motor de la base de datos utiliza las leyes de Boole para simplificar consultas. Si escribes un filtro redundante o mal organizado, el sistema aplica reglas

algebraicas internamente (como la ley de la doble negación) para simplificar la lógica y devolver los resultados mucho más rápido.

2. Cómo se aplican los operadores booleanos en SQL.

Los operadores se aplican en la cláusula WHERE para combinar filtros bajo tres reglas mecánicas:

AND: Funciona como un embudo estricto. Solo deja pasar la fila si todas las condiciones son Verdaderas. (Filtra más).

OR: Funciona como una puerta abierta. Deja pasar la fila si al menos una condición es Verdadera. (Trae más resultados).

NOT: Funciona como una barrera de exclusión. Invierte el valor; si la condición se cumple, la descarta.

El orden de evaluación (Precedencia)

SQL no lee de izquierda a derecha; tiene jerarquía interna:

1. NOT → 2. AND → 3. OR

La aplicación práctica: Para evitar que el AND se ejecute antes que el OR y rompa tu lógica, se aplican paréntesis (). Los paréntesis agrupan los criterios y obligan a SQL a evaluar primero lo que está dentro de ellos.

3. Ejemplos Prácticos Argumentados

Imagina una tabla de usuarios con las columnas: plan, edad y baneado (1 = Sí, 0 = No).

Ejemplo 1: El peligro de la precedencia (Sin Paréntesis)

Queremos buscar usuarios con plan 'Premium' o 'Gold', pero que no estén baneados.

- ❌ **CONSULTA INCORRECTA**

SELECT * FROM usuarios

WHERE plan = 'Premium' OR plan = 'Gold' AND baneado = 0;

Argumento: Por jerarquía, SQL evalúa primero el AND. La consulta traerá a los 'Gold' no baneados, pero también a todos los 'Premium' aunque estén baneados. El resultado está mal.

- ✓ **CONSULTA CORRECTA**

SELECT * FROM usuarios

WHERE (plan = 'Premium' OR plan = 'Gold') AND baneado = 0;

Argumento: Los paréntesis fuerzan a SQL a resolver primero el OR. El sistema agrupa los planes válidos y luego, obligatoriamente, descarta a los baneados con el AND.

Ejemplo 2: Combinación Estricta (AND + NOT)

Queremos enviar una promoción solo a usuarios mayores de edad (2026 -año de nacimiento >= 18) que no tengan el plan 'Gratuito'.

- SELECT * FROM usuarios

WHERE edad >= 18

AND NOT plan = 'Gratuito';

Argumento: El álgebra de Boole exige un doble "Verdadero". El NOT invierte el plan gratuito (lo vuelve falso), asegurando que solo pasen los mayores de edad que sí pagan por el servicio.

Ejemplo 3: Filtros repetidos en escenarios distintos.

Imagina que buscas clientes para una campaña. Quieres usuarios de España con plan Premium, o usuarios de Francia con plan Premium.

Puedes escribirlo de dos formas equivalentes para el álgebra de Boole:

Opción A: Multiplicando el filtro (Lógica expandida)

- SELECT * FROM clientes

WHERE (pais = 'España' AND plan = 'Premium')

OR (pais = 'Francia' AND plan = 'Premium');

Opción B: Factor común (Lógica simplificada y eficiente)

- SELECT * FROM clientes

WHERE (pais = 'España' OR pais = 'Francia')

AND plan = 'Premium';

Argumento: Ambas consultas devuelven exactamente lo mismo. Sin embargo, la Opción B es el "santo grial" de la optimización en SQL. Agrupa los países en un OR dentro del paréntesis y aplica el AND plan = 'Premium' como un factor común. Es más limpia, fácil de leer y el motor de la base de datos la procesa más rápido.

7. Conclusiones

- Se logró comprender cómo el álgebra de Boole se conecta directamente con la lógica proposicional, demostrando que ambas comparten las mismas bases teóricas.
- Se aplicaron de forma práctica las operaciones booleanas básicas (AND, OR, NOT, entre otras) para la construcción y reducción de distintas expresiones.
- Se dominó el uso de los mapas de Karnaugh de hasta 4 variables y las propiedades algebraicas, facilitando una simplificación más rápida y ordenada.
- Se diseñaron funciones lógicas a partir de especificaciones dadas, expresándolas en suma de productos y producto de sumas para obtener su forma mínima.
- Se identificó la relación directa de esta materia con aplicaciones reales de la computación, tales como el diseño digital, las consultas SQL y la programación.

8. Reflexión critica

WILSON JOEL GUEVARA MONCADA

El desarrollo de esta práctica demuestra que el álgebra booleana es el núcleo operativo que unifica el hardware y el software. Al profundizar en su relación con la lógica proposicional, se constata cómo las abstracciones teóricas se materializan de forma idéntica en circuitos digitales, condicionales de programación y consultas SQL. En este proceso, la transición hacia funciones lógicas complejas exige un criterio riguroso de optimización.

La implementación de los mapas de Karnaugh de hasta cuatro variables resulta crucial, ya que sistematiza la reducción matemática de manera más rápida y ordenada que el método algebraico tradicional. En la ingeniería actual, alcanzar

la forma mínima de una expresión (sea por suma de productos o producto de sumas) es un paso obligatorio; esto no solo previene errores de diseño, sino que se traduce directamente en un ahorro real de recursos físicos, menor consumo energético y una máxima eficiencia en el procesamiento de datos.

Yuleisy Cecibel Jaramillo Jaramillo

Reflexión Crítica:

Mediante esta practica se ha podido comprender la importancia de la optimización de circuitos tanto en el hardware como en el software, mediante ejercicios prácticos también se ha demostrado como los dos métodos de simplificación (álgebra Booleana y mapas de Karnaugh) a pesar de tener procesos diferentes se logra optimizar los circuitos. El método de Álgebra Booleana a diferencia de los mapas de Karnaugh no tiene no tiene limitaciones el la cantidad de variables, sin embargo los mapas de Karnaugh son más prácticos, visuales y ordenados.

Josselin Esefania Nero Fernandez

La simplificación de funciones mediante el álgebra de Boole y los mapas de Karnaugh demuestra cómo un mismo problema lógico puede abordarse desde dos enfoques distintos: el analítico y el visual. Mientras que el álgebra de Boole ofrece el sustento teórico formal, suele ser propensa a errores operativos cuando aumentan las variables debido a su complejidad abstracta. Por el contrario, los mapas de Karnaugh simplifican este proceso de forma mecánica y visual a través del reconocimiento de patrones geométricos, siendo más eficientes para la resolución manual. En conclusión, ambos métodos son herramientas complementarias indispensables que equilibran el rigor matemático con la practicidad en el diseño digital.

Sdier Emanuel Roblez Roblez

A través de esta práctica grupal pude comprender mejor los principios del álgebra de Boole y su relación con la lógica proposicional, además de aprender a aplicar las diferentes operaciones booleanas y los métodos de simplificación para resolver problemas de una forma más clara y eficiente. También logré entender cómo diseñar y minimizar funciones lógicas, lo que fortaleció mi razonamiento y capacidad de análisis. Esta experiencia me permitió darme cuenta de que estos conocimientos no solo son importantes en la teoría, sino que tienen aplicaciones reales en áreas de la computación como la programación, el diseño digital y las bases de datos, lo que hace que su aprendizaje sea muy valioso para mi formación profesional.

9. Anexos

WILSON JOEL GUEVARA MONCADA

DIA MES AÑO NOTA /

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

Estudiante: Wilson Joel Guaraca Moncado
Asignatura: Matemáticas Discretas
Ciclo: 01

1) Los equipos trabajan en talleres de diseño de Circuitos lógicos: dado un problema práctico (ej: sistema de alarma, control de acceso, circuito de votación), construyen la tabla de verdad, el mapa de Karnaugh y implementan el circuito lógico simplificado.

- Planteamiento del problema.

Se desea diseñar el circuito de control para activar un Sistema de Evacuación de Humos y Calor (S) en una sala de servidores críticos (DATA CENTER). El sistema de monitorear parámetros ambientales y de seguridad a través de cuatro sensores digitales para optimizar el consumo eléctrico y salvaguardar los equipos

- Definición de Variables de Entrada

- Temperatura: (T) 1 si la temperatura supera los 35°C - Alta, 0 si es Normal
- Humedad: (H) 1 si la humedad relativa supera el 70% - Alta; 0 si es Normal
- Presencia (P) 1 si hay personal técnico trabajando en la sala, 0 si es Normal y la sala está vacía
- Alarma: (A) 1 si se activa el detector de humo/incendio; 0 si el ambiente está limpio.

- Definición de la Variable de Salida

- Sistema de Evacuación de Humos y calor: (S) 1 para activar la ventilación o evacuación forzada; 0 para mantenerlo apagado.

- Condiciones de activación críticas

1. SEGURIDAD ABSOLUTA

El sistema se enciende siempre que ocurra un conato de incendio (A = 1), sin importar las demás variables.

2. CONFORT TÉCNICO HUMANO

El sistema se activa si la temperatura es alta (T = 1) y hay personal trabajando (P = 1)

3. PROTECCIÓN DE HARDWARE

El sistema se activa si la humedad es excesiva (H = 1) y la sala se encuentra completamente vacía (P = 0)

Escaneado con CamScanner

DIA MES AÑO NOTA /

- TABLA DE VERDAD

T	H	P	A	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

- MAPA DE KARNAUGH Y SIMPLIFICACION LÓGICA

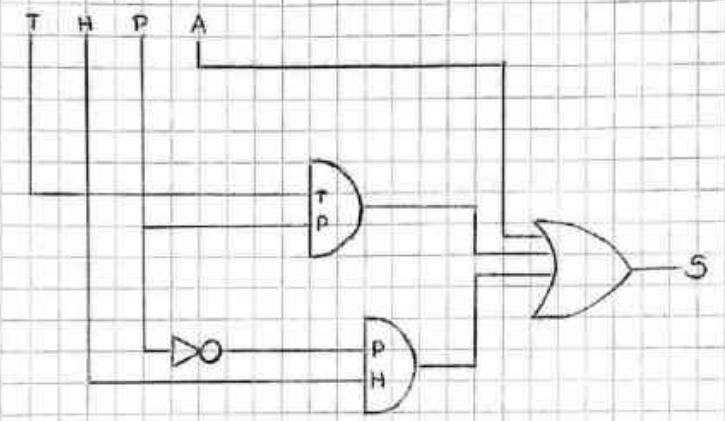
TH \ PA	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	0
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

$S = A + (H \cdot \overline{P}) + (T \cdot P)$

Escaneado con CamScanner

DIA MES AÑO NOTA /

• 1) Diagrama del Circuito Lógico



2) Análisis de formas canónicas conversión entre suma de productos (SOP) y producto de sumas (POS), obtención de mintérminos y maxtérminos y su relación con los mapas de Karnaugh

1. OBTENCIÓN DE TÉRMINOS MAXTÉRMINOS (POS - Producto de Sumas)

Para la forma POS, nos enfocamos en las filas de la tabla de verdad donde la salida S=0. Cada una de estas filas es un maxtérmino (M). Aquí la lógica es inversa: si la variable vale 0 se coloca normal y si vale 1 se coloca negada, sumandose entre sí.

La salida S es igual a 0 en los siguientes casos.

- M_0 (0000) → $(T + H + P + A)$
- M_2 (0010) → $(T + H + \overline{P} + A)$
- M_6 (0110) → $(T + \overline{H} + \overline{P} + A)$
- M_8 (1000) → $(\overline{T} + H + P + A)$

Expresión Canónica POS:
Representamos la función como el producto (Π) de estos maxtérminos

$$S(T,H,P,A) = \Pi\, M(0,2,6,8)$$

$$S = (T+H+P+A)\cdot(T+H+\overline{P}+A)\cdot(T+\overline{H}+\overline{P}+A)\cdot(\overline{T}+H+P+A)$$

Escaneado con CamScanner

2. OBTENCIÓN DE MINTÉRMINOS (SOP - Suma de Productos)

Para la SOP, nos enfocamos en todas las filas de la tabla de verdad donde la salida S=1. Cada una de estas filas representa un mintermino (m). Si la variable vale 1 se pone normal, y si vale 0 se pone negada.

La salida S es igual a 1 en los siguientes minitérminos.

- m_1 (0001) → $\bar{T}\bar{H}\bar{P}A$
- m_3 (0011) → $\bar{T}\bar{H}PA$
- m_4 (0100) → $\bar{T}H\bar{P}\bar{A}$
- m_5 (0101) → $\bar{T}H\bar{P}A$
- m_7 (0111) → $\bar{T}HPA$
- m_9 (1001) → $T\bar{H}\bar{P}A$
- m_{10} (1010) → $T\bar{H}P\bar{A}$
- m_{11} (1011) → $T\bar{H}PA$
- m_{12} (1100) → $TH\bar{P}\bar{A}$
- m_{13} (1101) → $TH\bar{P}A$
- m_{14} (1110) → $THP\bar{A}$
- m_{15} (1111) → $THPA$

Expresión Canónica SOP

Representamos la función como la sumatoria (Σ) de estos mintérminos

$$S(T,H,P,A) = \Sigma m(1,3,4,5,7,9,10,11,12,13,14,15)$$

$$S = \bar{T}\bar{H}\bar{P}A + \bar{T}\bar{H}PA + \bar{T}H\bar{P}\bar{A} + \bar{T}H\bar{P}A + \bar{T}HPA + T\bar{H}\bar{P}A + T\bar{H}P\bar{A} + T\bar{H}PA + TH\bar{P}\bar{A} + TH\bar{P}A + THP\bar{A} + THPA$$

3. RELACIÓN CON EL MAPA DE KARNAUGH

- Mintérminos (SOP): Representan los doce 1 ubicados en las celdas de tu mapa. Al agruparlos obtienes la función simplificada

$$S = A + (H \cdot \bar{P}) + (T \cdot P)$$

- Maxtérminos (POS): Representan los cuadros 0 vacíos en tu mapa. Agrupar estos ceros permite simplificar la función por su inverso lógico.

Escaneado con CamScanner

DÍA MES AÑO NOTA /

5. Comparación entre la simplificación algebraica y el método de Karnaugh: ventajas, desventajas y limitaciones de cada método. Los estudiantes simplificaron la misma expresión por ambos métodos y compararon resultados.

MÉTODO	VENTAJAS	DESVENTAJAS	LIMITACIONES
SIMPLIFICACIÓN ALGEBRAICA	Es un método muy flexible porque permite trabajar con identidades y leyes del algebra booleana. Sirve para resolver expresiones paso a paso y ayuda a comprender mejor el procedimiento.	Puede ser más larga y propensa a errores si la expresión es compleja. Depende bastante de la habilidad de la persona para identificar las leyes correctas.	No siempre garantiza la forma más simple de manera rápida. En funciones grandes puede volverse confuso y poco práctico.
MÉTODO DE KARNAUGH	Es visual, ordenado y más rápido para funciones pequeñas o medianas. Facilita encontrar la forma mínima agrupando términos de manera directa.	Se vuelve difícil de usar cuando la función tiene muchas variables. También puede ser menos flexible si la expresión no encaja fácilmente en los grupos del mapa.	Su uso práctico se limita normalmente a pocas variables porque al aumentar la cantidad de variables el mapa crece demasiado y pierde claridad.

CS Escaneado con CamScanner

DIA MES AÑO NOTA /

EJERCICIO 1

$F(A,B,C) = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

Algebra Booleana

$F = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

$F = A(B + B\bar{C} + \bar{B}C) + \bar{A}BC$	ley distributiva
$F = A(B + \bar{B}C) + \bar{A}BC$	ley de absorción
$F = A(B + C) + \bar{A}BC$	Absorción parcial
$F = AB + AC + \bar{A}BC$	ley distributiva
$F = AB + C(A + \bar{A}B)$	ley distributiva
$F = AB + C(A + B)$	Absorción parcial
$F = AB + AC + BC$	ley distributiva.

Mapa de Karnaugh

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

GRUPOS
Grupos 1 (2 unos): AB
Grupos 2 (2 unos): BC
Grupos 3 (2 unos): AC

$F = AB + AC + BC$

CONCLUSIÓN: En los dos procesos queda la misma respuesta

$F = AB + AC + BC$

CS Escaneado con CamScanner

EJERCICIO 2.

$F(A, B, C, D) = AB + A\bar{B} + ACD + A\bar{C}D + A\bar{C}D + ABC$

Algebra Boleana.

$F = AB + A\bar{B} + ACD + A\bar{C}D$

$F = A(B+\bar{B}) + AD(\bar{C}+C) + ABC$ — ley distributiva

$F = A(1) + AD(1) + ABC$ — ley del complemento

$F = A + AD + ABC$ — ley de identidad

$F = A + ABC$ — Absorción

$F = A$ — Absorción.

MAPAS DE KARNAUGH

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

GRUPO: (8 unos) = A

$F = A$

CONCLUSIÓN: En los dos procesos queda la misma respuesta.

$F = A$

Escaneado con CamScanner

Día Mes Año Nota /

EJERCICIO 3

$F(A,B,C,D) = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$

Algebra booleana.

$F = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$

$F = BC(\bar{A}+A) + BD(C+\bar{C}) + A\bar{B}D$ — Ley distributiva

$F = BC(1) + BD(1) + A\bar{B}D$ — Ley complemento

$F = BC + BD + A\bar{B}D$ — Ley de identidad

$F = BC + D(B + A\bar{B})$ — Ley distributiva

$F = BC + D(B+A)$ — Absorción parcial

$F = BC + BD + AD$ — Ley distributiva.

Mapas de Karnaugh

	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

GRUPOS
Grupo 1 (4 unos) BD
Grupo 2 (4 unos) AB
Grupo 3 (4 unos) CB

$F = BD + AD + CB$

CONCLUSIÓN Por los dos métodos queda la misma respuesta.

$F = BD + AD + CB.$

Escaneado con CamScanner

DIA MES AÑO NOTA /

6) Realizar individuales de ejercicios de minimización con mapas de de karnaugh. Los estudiantes deben realizar al menos 5 ejercicios de 2, 3 y 4 variables con diferentes niveles de detalle.

EJERCICIO DE 3 VARIABLES

•) $F(A, B, C) = AB + \bar{A}BC + A\bar{B}C$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

MAPA DE KARNAUGH

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

GRUPOS
Grupo 1 (2 unos): AB
Grupo 2 (2 unos): BC
Grupo 3 (2 unos): AC

$F = AB + BC + AC$

EJERCICIO DE 4 VARIABLES

•) $F(A, B, C, D) = AB + A\bar{B} + ACD + A\bar{C}D + ABC$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

MAPA DE KARNAUGH

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

GRUPO Grupo 1 (8 unos): A

$F = A$

Escaneado con CamScanner

- EJERCICIO DE 4 VARIABLES

$F(A,B,C,D) = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$

TABLA DE VERDAD

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

MAPA DE KARNAUGH

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

GRUPOS
Grupo 1 (4 unos) : BD
Grupo 2 (4 unos) : AD
Grupo 3 (4 unos) : CB

$F = BD + AD + CB$

- EJERCICIO DE 3 VARIABLES

Tabla de Verdad

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Mapa de Karnaugh

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

GRUPOS =
Grupo1 = C
Grupo2 = $A\bar{B}$

$F = C + A\bar{B}$

Escaneado con CamScanner

DIA MES AÑO NOTA /

SIMPLIFICACIÓN METODO ALGEBRAICO

$F = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}C + ABC$

$F = \bar{A}C(\bar{B}+B) + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$	Agrupación
$F = \bar{A}C(1) + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$	ley identidad
$F = \bar{A}C + AC(\bar{B}+B) + A\bar{B}\bar{C}$	Agrupación
$F = \bar{A}C + AC + A\bar{B}\bar{C}$	ley de identidad
$F = C(\bar{A}+A) + A\bar{B}\bar{C}$	Agrupación
$F = C(1) + A\bar{B}\bar{C}$	ley de identidad
$F = C + A\bar{B}\bar{C}$	ley de identidad
$F = C + \bar{C}(A\bar{B}$	ley de distribución.
$F = C + A\bar{B}$	

EJERCICIO DE 4 VARIABLES

$G(w,x,y,z) = \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}xyz + w\bar{x}\bar{y}z + w\bar{x}\bar{y}z$

Tabla de verdad.

w	x	y	z	F
0	0	0	0	
0	0	1	1	
0	0	0	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	

MAPA DE KARNAUGH

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	0	0
10	0	1	0	0

$G = \bar{w}z + \bar{y}z$

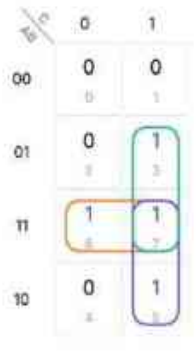
SIMPLIFICACIÓN BOOLEANA

$G = \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}xyz + w\bar{x}\bar{y}z + xw\bar{y}z$

$G = \bar{w}z(\bar{x}\bar{y} + x\bar{y} + xy) + x\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z$	Agrupación
$G = \bar{w}z(\bar{x}(\bar{y}+y) + x(\bar{y}+y)) + w\bar{x}\bar{y} + wx\bar{y}z$	Agrupación
$G = \bar{w}z(\bar{x}(1) + x(1)) + w\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z$	L. Identidad
$G = \bar{w}z(\bar{x} + x) + w(\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z$	L. identidad
$G = \bar{w}z(1) + w\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z$	L. identidad
$G = \bar{w}z + w\bar{y}z(\bar{x}+x)$	Agrupación
$G = \bar{w}z + w\bar{y}z(1)$	ley de identidad
$G = \bar{w}z + w\bar{y}z$	L. identidad
$G = \bar{w}z + w\bar{y}z$	L. identidad
$G = z(\bar{w} + w\bar{y})$	L. identidad
$G = z(w + y)$	L. distribución
$G = \bar{w}z + \bar{y}z$	L. distribución.

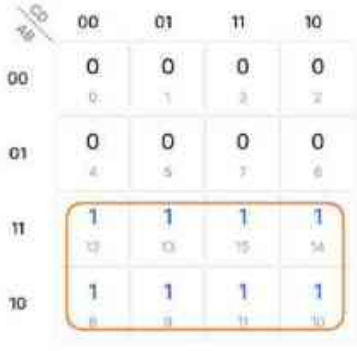
CS Escaneado con CamScanner

VALIDACION DE LOS 5 EJERCICIOS ANTERIORES CON LA AUDA DE UN SOFTWARE



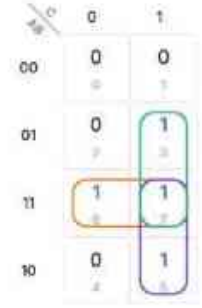
Simplified Boolean Expression

AB + AC + BC



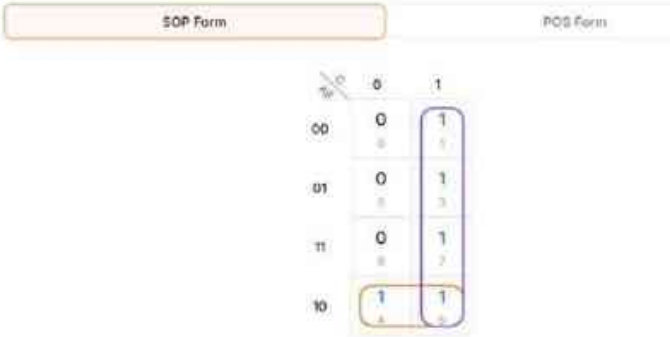
Simplified Boolean Expression

A



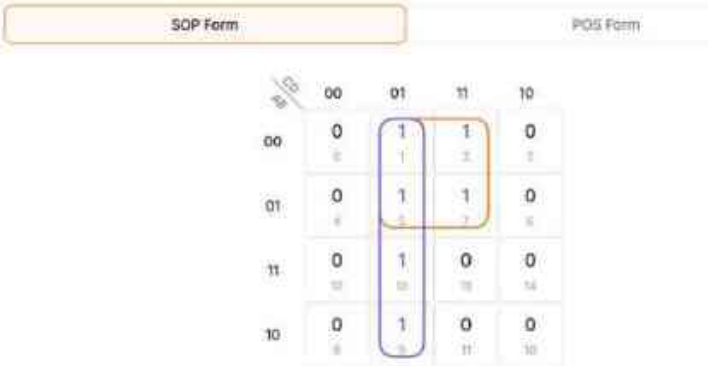
Simplified Boolean Expression

AB + AC + BC



Simplified Boolean Expression

AB' + C



Simplified Boolean Expression

A'D + C'D

Nero Fernandez Josselin Estefania

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA
MATEMATICAS DISCRETAS
APE

Nombre: Josselin Estefania Nero Fernandez
Fecha: 14 / 06 / 2026
Carrera-ciclo: Computacion - 1er Ciclo "A"
Docente: Ing. Mario

1) Los equipos trabajan en talleres de diseño de funciones logicas: dado un problema practico, construyen la tabla de verdad, el mapa de Karnaugh y obtienen el circuito logico simplificado.

- **Planteamiento del problema**

Se desea diseñar el circuito de control para activar un sistema de Evacuación, de humos y calor (S) en una sala de servidores criticos (DATA CENTER). El sistema de monitorear parámetros ambientales y de seguridad a través de cuatro sensores digitales para optimizar el consumo electrico y salvaguardar los equipos.

- **Definición de variables de entrada**

Temperatura (T): 1 si la temperatura supera los 35°C Alta; 0 si es Normal
Humedad (H): 1 si la humedad relativa supera el 70 % Alta; 0 si es Normal
Presencia (P): 1 si hay personal tecnico trabajando en la sala; 0 si esta vacia y Normal
Alarma (A): 1 si se activa el detector de humo/incendio; 0 si el ambiente esta limpio

- **Definición de variables de salida**

Sistema de Evacuación de Humos y calor (S): 1 para activar la ventilación o evacuación forzada; 0 para mantener apagado

- **Condiciones de activación estrictas**

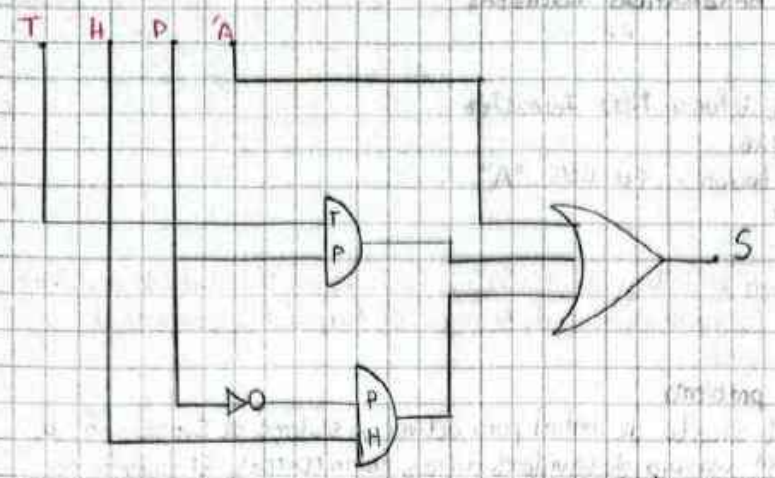
Seguridad absoluta:
El sistema se enciende siempre que ocurra un conato de incendio (A = 1), sin importar las demas variables.

Confort tecnico humano
El sistema se activa si la temperatura es alta (T = 1) y hay personal trabajando (P = 1)

Protección de Hardware
El sistema se activa si la humedad es excesiva (H = 1) la sala se encuentra completamente vacia (P = 0)

Escaneado con CamScanner

· Diagrama del circuito logico



· Tabla de verdad

T	H	P	A	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

· Mapa de Karnaugh

TH \ PA	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	0
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

$$S = A + (H\bar{P}) + (TP)$$

2) Analisis de formas canonicas, conversión entre forma de productos (SOP) y producto de sumas (POS), obtención de maxterminos y minterminos y su relación con los mapas de Karnaugh

Obtención de terminos min y maxterminos (POS)

Para la forma POS, nos enfocamos en las filas de la tabla de verdad donde la salida S=0. Cada una de estas filas es un maxtermino (M). Aqui la logica es inverso si la variable vale 0 se coloca normal y si vale 1 se coloca negada sumandose entre si.

La salida S es igual a 0 en las siguientes posiciones

- M_0 (0000) → $(T+H+P+A)$
- M_2 (0010) → $(T+H+\bar{P}+A)$
- M_6 (0110) → $(T+\bar{H}+\bar{P}+A)$
- M_8 (1000) → $(\bar{T}+H+P+A)$

Expresión canónica POS.

Representamos la función como el producto (Π) de estos maxterminos (M).

$$S(T,H,P,A) = \Pi M(0,2,6,8)$$

$$S = (T+H+P+A)\cdot(T+H+\bar{P}+A)\cdot(T+\bar{H}+\bar{P}+A)\cdot(\bar{T}+H+P+A)$$

Obtención de Minterminos (SOP = Suma de Productos)

Para la SOP, nos enfocamos en todas las filas de la tabla de verdad donde la salida $S=1$. Cada una de estas filas representa un minterminos (m). Si la variable vale 1 se pone normal, y si vale 0 se pone negada.

La salida S es igual a 1 en los siguientes minterminos

m_1 (0001) → $\bar{T}\bar{H}\bar{P}A$
m_3 (0011) → $\bar{T}\bar{H}PA$
m_4 (0100) → $\bar{T}H\bar{P}\bar{A}$
m_5 (0101) → $\bar{T}H\bar{P}A$
m_7 (0111) → $\bar{T}HPA$
m_9 (1001) → $T\bar{H}\bar{P}A$
m_{10} (1010) → $T\bar{H}P\bar{A}$
m_{11} (1011) → $T\bar{H}PA$
m_{12} (1100) → $TH\bar{P}\bar{A}$
m_{13} (1101) → $TH\bar{P}A$
m_{14} (1110) → $THP\bar{A}$
m_{15} (1111) → $THPA$

Expresión canónica (SOP)

Representamos la función como la sumatoria (Σ) de estos minterminos

$$S(T,H,P,A) = \Sigma m(1,3,4,5,7,9,10,11,12,13,14,15)$$

$$S = \bar{T}\bar{H}\bar{P}A + \bar{T}\bar{H}PA + \bar{T}HPA + \bar{T}H\bar{P}\bar{A} + \bar{T}H\bar{P}A + \bar{T}HPA + T\bar{H}\bar{P}A + T\bar{H}P\bar{A} + T\bar{H}PA + TH\bar{P}\bar{A} + TH\bar{P}A + THP\bar{A} + THPA$$

Relación con el mapa de Karnaugh

Minterminos (SOP): Representan los doce 1 ubicados en las celdas del mapa. Al agruparlos se obtiene la función simplificada

$$S = A + (H\bar{P}) + (TP)$$

Maxterminos (POS): Representan los cuatro 0 vacíos en el mapa. Agrupar estos ceros permite simplificar la función por su inverso lógico

Paso 5:
Comparación entre simplificación algebraica y metodo de Karnaugh
Ventajas y desventajas limitaciones de cada metodo.

Metodo	Ventajas	Desventajas	Limitaciones
Simplificación algebraica	Es un metodo muy flexible porque permite trabajar con identidades y leyes del algebra booleana. Sirve para resolver expresiones paso a paso y ayuda a comprender mejor el procedimiento.	Puede ser mas larga y propensa a errores si la expresión es compleja. Depende bastante de la habilidad de la persona para identificar las leyes correctas	No siempre garantiza la forma más simple de manera rapida. En funciones grandes puede volverse confusa y poco practica.
Metodo de Karnaugh	Es visual ordenado y más ropido para funciones pequeñas o medianas. Facilita encontrar la forma minima agrupando término de manera directa.	Se vuelve difícil de usar cuando la función tiene muchas variables. Tambien puede ser menos flexible si la expresión no encaja fácilmente en los grupos del mapa.	Su uso práctico se limita normalmente a pocas variables porque al aumentar la cantidad de variables el mapa crece demasiado y pierde claridad.

Conclusión: La simplificación algebraica es útil para entender el proceso, mientras que Karnaugh suele ser más rápido y visual en funciones pequeñas. La elección depende del número de variables y del nivel de complejidad de la función.

Ejercicio 1.

$F(A,B,C) = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

Simplificación booleana

$F = A(B + B\bar{C} + \bar{B}C) + \bar{A}BC$	Distributiva
$A(B + \bar{B}C) + \bar{A}BC$	Absorción
$A(B + C) + \bar{A}BC$	Absorción parcial
$AB + AC + \bar{A}BC$	Distributiva
$AB + C(A + \bar{A}B)$	Distributiva
$AB + C(C + B)$	Absorción parcial
$AB + AC + BC$	Distributiva

Mapa de Karnaugh

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

Grupo 1 AB
Grupo 2 BC
Grupo 3 AC

En los dos procesos queda la misma respuesta

$F = AB + AC + BC$

Ejercicio 2:

Simplificación booleana

$F(A,B,C,D) = AB + A\bar{B} + ACD + A\bar{C}D + A\bar{C}\bar{D} + ABC$

$A(B + \bar{B}) + AD(\bar{C} + C) + ABC$	Distributiva
$A(1) + AD(1) + ABC$	Complemento
$A + AD + ABC$	Identidad
$A + ABC$	Absorción
A	Absorción

Mapa de Karnaugh

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

Grupo 1 A.

En los dos procesos queda la misma respuesta

$F = A$

Ejercicio 3:

$F(A,B,C,D) = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$

$\bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$	
$BC(A + \bar{A}) + BD(C + \bar{C}) + A\bar{B}D$	Distributiva
$BC(1) + BD(1) + A\bar{B}D$	Complemento
$BC + BD + A\bar{B}D$	Identidad
$BC + D(B + A\bar{B})$	Distributiva
$BC + D(B + A)$	Absorción parcial
$BC + BD + AD$	Distributiva

Mapa de Karnaugh

	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

Por los 2 metodos queda la misma respuesta

$F = BD + AD + CB$

Grupo 1: BD
Grupo 2: AD
Grupo 3: CB

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 4.

$$F = A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \overline{AB}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

Simplificación algebraica

$\bar{A}C(\bar{B}+B) + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$ Agrupación
$\bar{A}C(1) + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$ Identidad
$\bar{A}C + AC(\bar{B}+B) + A\bar{B}\bar{C}$ Agrupación
$\bar{A}C + AC + A\bar{B}\bar{C}$ Identidad
$C(\bar{A}+A) + A\bar{B}\bar{C}$ Agrupación
$C(1) + A\bar{B}\bar{C}$ Identidad
$C + A\bar{B}\bar{C}$ Identidad
$C + A\bar{B}$ Distributiva

En los 2 procesos queda la misma respuesta

$$F = C + A\bar{B}$$

Mapa de Karnaugh

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

Grupo 1: C
Grupo 2: $A\bar{B}$

$F = C + A\bar{B}$

Ejercicio 5.

$$G(w,x,y,z) = \overline{wxyz} + \overline{wx}yz + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}xyz + wx\bar{y}z + wx\bar{y}\bar{z}$$

Simplificación Algebraica

$\bar{w}z(\bar{x}y + x\bar{y} + xy) + wx\bar{y}z + wx\bar{y}z$ Agrupación
$\bar{w}z(\bar{x}(\bar{y}+y) + x(\bar{y}+y)) + w\bar{x}yz + wx\bar{y}z$ Agrupación
$\bar{w}z(\bar{x}(1) + x(1)) + w\bar{x}yz + wx\bar{y}z$ Identidad
$\bar{w}z(1) + w\bar{x}yz + wx\bar{y}z$ Identidad
$\bar{w}z + w\bar{y}z(\bar{x}+x)$ Agrupación
$\bar{w}z + w\bar{y}z(1)$ Identidad
$\bar{w}z + w\bar{y}z$ Identidad
$z(\bar{w} + w\bar{y})$ Identidad
$z(\bar{w}+\bar{y})$ Distribución
$\bar{w}z + \bar{y}z$ Distribución

Mapa de Karnaugh

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	0	0
10	0	1	0	0

$G = \bar{w}z + \bar{y}z$.

En los 2 procesos queda la misma respuesta

Escaneado con CamScanner

$F(A,B,C) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$

> Tabla de verdad

A	B	C	Salida
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

> Simplificación método algebraico

$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$

$\bar{A}C(\bar{B}+B) + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$ — Agrupación

$\bar{A}C(1) + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$ — Ley de identidad

$\bar{A}C + AC(\bar{B}+B) + A\bar{B}\bar{C}$ — Agrupación

$\bar{A}C + AC + A\bar{B}\bar{C}$ — Ley de identidad

$C(\bar{A}+A) + A\bar{B}\bar{C}$ — Agrupación

$C(1) + A\bar{B}\bar{C}$ — Ley de identidad

$C + A\bar{B}\bar{C}$ — Ley de identidad

$C + \bar{C}(A\bar{B})$ — Ley de distribución

$C + A\bar{B}$

> Mapa de Karnaugh

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

Grupo 1:

$BC = 01$
$BC = 11$
B cambia de 0 a 1
C se mantien constante en 1
C

Grupo 2:

$BC = 00$
$BC = 01$
A se mantiene constante en 1
B se mantiene constante en 0
C cambia de 0 a 1
$A\bar{B}$

$F = C + A\bar{B}$

Escaneado con CamScanner

$G(w,x,y,z) = \overline{w}x\overline{y}z + \overline{w}\overline{x}yz + \overline{w}x\overline{y}z + \overline{w}xyz + w\overline{x}\overline{y}z + xw\overline{y}z$

> Tabla de verdad

W	X	Y	Z	Salida
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

> Simplificación método algebraico

$G = \overline{w}x\overline{y}z + \overline{w}\overline{x}yz + \overline{w}x\overline{y}z + \overline{w}xyz + w\overline{x}\overline{y}z + xw\overline{y}z$

$\overline{w}z(\overline{x}y + x\overline{y} + xy) + w\overline{x}\overline{y}z + wx\overline{y}z$ — Agrupación

$\overline{w}z[\overline{x}(\overline{y}+y) + x(\overline{y}+y)] + w\overline{x}\overline{y}z + wx\overline{y}z$ — Agrupación

$\overline{w}z[\overline{x}(1) + x(1)] + w\overline{x}\overline{y}z + wx\overline{y}z$ — Ley de identidad

$\overline{w}z[\overline{x}+x] + w\overline{x}\overline{y}z + wx\overline{y}z$ — Ley de identidad

$\overline{w}z(1) + w\overline{x}\overline{y}z + wx\overline{y}z$ — Ley de identidad

$\overline{w}z + w\overline{y}z(\overline{x}+x)$ — Agrupación

$\overline{w}z + w\overline{y}z(1)$ — Ley de identidad

$\overline{w}z + w\overline{y}z$ — Ley de identidad

$z(\overline{w}+w\overline{y})$ — Agrupación

$z(\overline{w}+\overline{y})$ — Ley de distribución

$\overline{w}z + \overline{y}z$ — Ley de distribución

> Mapa de Karnaugh

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	0	0
10	0	1	0	0

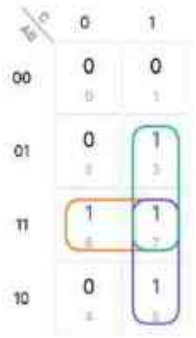
← (0001) y (0011

← (0101) y (0111)

← (1101)

← (1001)

$G = \overline{w}z + \overline{y}z$

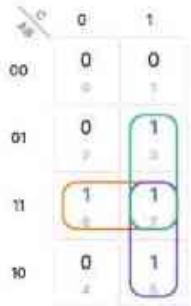


Simplified Boolean Expression

AB + AC + BC

Simplified Boolean Expression

A



Simplified Boolean Expression

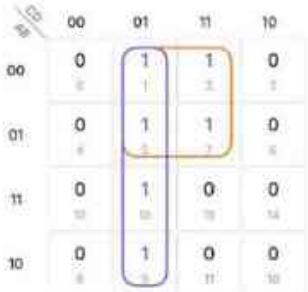
AB + AC + BC

SOP Form POS Form

Simplified Boolean Expression

AB' + C

SOP Form POS Form



Simplified Boolean Expression

A'D + C'D

Yuleisy Cecibel Jaramillo Jaramillo

Paso 3: Los equipos trabajan en diseños de talleres de funciones lógicas dado un problema práctico (ej: sistema de alarma, control de acceso, circuito de votación) construyen una tabla de verdad, el mapa de Karnaugh y obtienen el circuito lógico simplificado.

- **Planteamiento del problema**

Se desea diseñar el circuito de control para activar un Sistema de Evacuación de Humos y Calor (S) en una sala de servidores críticos (DATA CENTER). El sistema de monitorear parámetros ambientales y de seguridad a través de cuatro sensores digitales para optimizar el consumo eléctrico y salvaguardar los equipos.

- **Definición de Variables de Entrada**

- Temperatura (T): 1 si la temperatura supera los 35°C - Alta; 0 si es Normal.
- Humedad (H) 1 si la humedad relativa supera el 70% - Alta; 0 si es Normal
- Presencia (P): 1 si hay personal reunido trabajando en la sala; 0 si es Normal.
- Alarma (A): 1 si se activa el detector de humo/incendio; 0 si el ambiente está limpio.

- **Definición de variables de salida.**

- Sistema de Evacuación de Humos y calor (S): 1 para activar la ventilación o evacuación forzada; 0 para mantenerla apagado.

- **Condiciones de activación estrictas**

1. Seguridad absoluta
El sistema se enciende siempre que ocurra un conato de incendio (A=1), sin importar los demás variables.

2. Confort Técnico Humano
El sistema se activará si la temperatura es alta (T=1) y hay personal trabajando (P=1)

3. Protección de Hardware
El sistema se activa si la humedad es excesiva (H=1) y la sala se encuentra completamente vacía (P=0)

$$S = A + (H \cdot \overline{P}) + (T \cdot P)$$

CS Escaneado con CamScanner

• TABLA DE VERDAD

Tabla completa

$S = A + (H \cdot \bar{P}) + (T \cdot P)$

0	0	0	0 0 1	0	0 0 0
1	1	1	0 0 1	0	0 0 0
0	0	0	0 0 0	0	0 0 1
1	1	1	0 0 0	0	0 0 1
1	0	1	1 1 1	1	0 0 0
1	1	1	1 1 1	1	0 0 0
0	0	0	1 0 0	0	0 0 1
1	1	1	1 0 0	0	0 0 1
0	0	0	0 0 1	0	1 0 0
1	1	1	0 0 1	0	1 0 0
1	0	1	0 0 0	1	1 1 1
1	1	1	0 0 0	1	1 1 1
1	0	1	1 1 1	1	1 0 0
1	1	1	1 1 1	1	1 0 0
1	0	1	1 0 0	1	1 1 1
1	1	1	1 0 0	1	1 1 1

T	H	P	A	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

• Mapa de Karnaugh y simplificación lógica

TH \ PA	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	0
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

Grupo 1: A

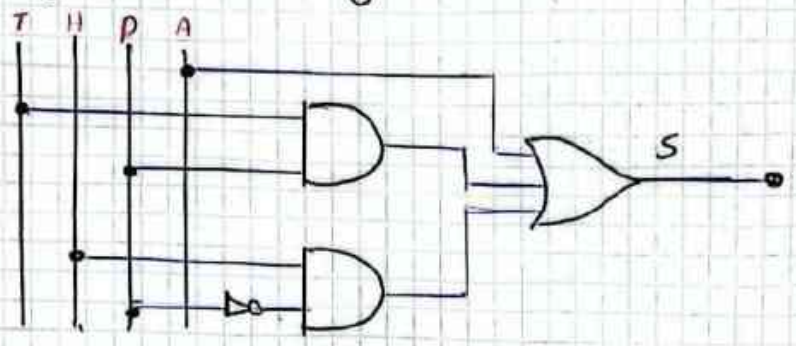
Grupo 2: $\bar{P} \cdot H$

Grupo 3: $P \cdot T$

$S = A + (\bar{P} \cdot H) + (P \cdot T)$

CS Escaneado con CamScanner

• Diagrama del circuito lógico



Paso 4: Análisis de formas canónicas conversión entre suma de productos (SOP) y producto de sumas (POS), obtención minterminos y maxterminos y su relación con los mapas de Karnaugh

1. Obtención de (terminos) Maxterminos (POS - Producto de Sumas).

Para formar POS, nos enfocamos en la filas de la tabla de verdad donde la salida $S=0$. Cada una de estas filas es un maxtérmino (M). Aquí la lógica es inversa si la variable vale 0 se coloca normal y si vale 1 se coloca negada, sumandose entre si.

La salida S es igual a 0 en los siguientes posiciones.

- M_0 (0000) → $(T+H+P+A)$
- M_2 (0010) → $(T+H+\bar{P}+A)$
- M_6 (0110) → $(T+\bar{H}+\bar{P}+A)$
- M_8 (1000) → $(\bar{T}+H+P+A)$

Expresión Canónica (POS)

Representamos la función como el producto ($\prod$) de estos maxtérminos

$$S(T,M,P,A)=\prod M(0,2,6,8)$$

$$S=(T+H+P+A)\cdot(T+H+\bar{P}+A)\cdot(T+\bar{H}+\bar{P}+A)\cdot(\bar{T}+H+P+A)$$

2. Obtención de minitérminos (SOP - Suma de Productos)

Para la SOP, nos enfocamos en todas las filas de la tabla de verdad donde la salida $S=1$. Cada una de estas filas representa un minterminos (m). Si la variable vale 1 se pone normal y si vale 0 se pone negada.

La salida S es igual a 1 en los siguientes minitérminos

CS Escaneado con CamScanner

- m_1 (0001) = $\bar{T}\bar{H}\bar{P}A$
- m_3 (0011) = $\bar{T}\bar{H}PP$
- m_4 (0100) = $\bar{T}H\bar{P}\bar{A}$
- m_5 (0101) = $\bar{T}H\bar{P}A$
- m_7 (0111) = $\bar{T}HPA$
- m_9 (1001) = $T\bar{H}\bar{P}A$
- m_{10} (1010) = $T\bar{H}P\bar{A}$
- m_{11} (1011) = $T\bar{H}PA$
- m_{12} (1100) = $TH\bar{P}\bar{A}$
- m_{13} (1101) = $TH\bar{P}A$
- m_{14} (1110) = $THP\bar{A}$
- m_{15} (1111) = $THPA$

Expresión Canónica SOP

Representamos la función como la sumatoria (Σ) de estos mintérminos.

$S = (T, H, P, A) = \Sigma m(1, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$

$S = \bar{T}\bar{H}\bar{P}A + \bar{T}\bar{H}PA + \bar{T}H\bar{P}\bar{A} + \bar{T}H\bar{P}A + \bar{T}HPA + T\bar{H}\bar{P}A + T\bar{H}P\bar{A}$
$T\bar{H}PA + TH\bar{P}\bar{A} + TH\bar{P}A + THP\bar{A} + THPA$

3. Relación con el mapa de Karnaugh

- Mintérmino (SOP): Representan los doce 1 ubicados en las celdas de tu mapa. Al agruparlos obtienes la función simplificada.

$S = A + (H \cdot \bar{P}) + (T \cdot P)$

- Maxtérminos (POP): Representan los cuatros 0 vacíos en tu mapa. Agrupar estos ceros permite simplificar la función por su inverso lógico.

CS Escaneado con CamScanner

Paso 5: Comparación entre la simplificación algebraica y el método de Karnaugh: ventajas, desventajas y limitaciones de cada método. Los estudiantes simplifican la misma expresión por ambos métodos y comparen resultados.

Método	Ventajas	Desventajas	Limitaciones
Simplificación algebraica	Es un método muy flexible porque permite trabajar con identidades y leyes de álgebra booleana. Sirve para resolver expresiones paso a paso y ayuda a comprender mejor el procedimiento	Puede ser más larga y propensa a errores si la expresión es compleja. Depende bastante de la habilidad de la persona para identificar las leyes correctas.	No siempre garantiza la forma más simple de manera rápida. En funciones grandes puede volverse confusa y poco práctica.
Método de Karnaugh	Es visual, ordenado y más rápido para funciones pequeñas o medianas. Facilita encontrar la forma mínima agrupando términos de manera directa.	Se vuelve difícil de usar cuando la función tiene muchas variables. También puede ser menos flexible si la expresión no encaja fácilmente en los grupos del mapa.	Su uso práctico se limita normalmente a pocas variables, porque al aumentar la cantidad de variables el mapa crece demasiado y pierde claridad

CS Escaneado con CamScanner

Ejercicio 1

$F(A,B,C) = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

Álgebra booleana

$F = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

$F = A(B + B\bar{C} + \bar{B}C) + \bar{A}BC$ ①

$F = A(B + \bar{B}C) + \bar{A}BC$ ②

$F = A(B + C) + \bar{A}BC$ ③

$F = AB + AC + \bar{A}BC$ ①

$F = AB + C(A + \bar{A}B)$ ①

$F = AB + C(A + B)$ ③

$F = AB + AC + BC$ ①

① Ley distributiva
② Ley de absorción
③ Absorción parcial

Mapas de Karnaugh

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

Grupo 1 (2 unos): AB
Grupo 2 (2 unos): BC
Grupo 3 (2 unos): AC

$F = AB + AC + BC$

Respuesta: En los dos procesos queda la misma respuesta

$F = AB + AC + BC$

Ejercicio 2

$F(A,B,C) = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$

Álgebra Boleana

$F = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$

$\bar{A}C(\bar{B} + B) + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$ — Ley distributiva

$\bar{A}C(1) + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$ — Ley de complemento

$\bar{A}C + \bar{B}\bar{C}(A + \bar{A}) + AC(\bar{B} + B)$ — Ley distributiva

$\bar{A}C + \bar{B}\bar{C}(1) + AC(1)$ — Ley del complemento

$\bar{A}C + \bar{B}\bar{C} + AC$ — Ley de identidad

$C(\bar{A} + A) + \bar{B}\bar{C}$ — Ley distributiva

$C(1) + \bar{B}\bar{C}$ — Ley de complemento

$C + \bar{B}\bar{C}$ — Ley de identidad

$C + \bar{B}$ — Ley Absorción parcial

C \ AB	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Grupo 1 (4 unos): $\bar{B}$

Grupo 2 (4 unos): C

$C + \bar{B}$

CS Escaneado con CamScanner

Ejercicio 3

$F(A,B,C,D) = AB + A\bar{B} + ACD + A\bar{C}D + A\bar{C}D + ABC$

Álgebra booleana

$F = AB + A\bar{B} + A\bar{C}D + ACD + ABC$ — Ley distributiva
$F = A(B+\bar{B}) + AD(\bar{C}+C) + ABC$ — Ley del complemento
$F = A(1) + AD(1) + ABC$ — Ley de identidad
$F = A + AD + ABC$ — Absorción
$F = A$ — Absorción

Mapas de Karnaugh

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

Grupo 1 (5 variables): A

$F = A$

Respuesta: En los dos procesos queda la misma respuesta $F = A$

Ejercicio 4

$F(A,B,C,D) = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$

Álgebra booleana

$F = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$
$F = BC(\bar{A}+A) + BD(C+\bar{C}) + A\bar{B}D$ — Ley distributiva
$F = BC(1) + BD(1) + A\bar{B}D$ — Ley del complemento
$F = BC + BD + A\bar{B}D$ — Ley de identidad
$F = BC + D(B+A\bar{B})$ — Ley distributiva
$F = BC + D(B+A)$ — Absorción parcial
$F = BC + BD + AD$ — Ley distributiva

Escaneado con CamScanner

Mapas de Karnaugh

	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

Grupo 1 (4 unos): BD
Grupo 2 (4 unos): AD
Grupo 3 (4 unos): CB

$F = BD + AD + CB$

Respuesta: Por los dos métodos queda la misma respuesta

$F = BD + AD + CB$

Ejercicio 5:

$G(w,x,y,z) = \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}\bar{x}yz + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}xyz + w\bar{x}\bar{y}z + xw\bar{y}\bar{z}$

Álgebra Booleana

$G = \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}\bar{x}yz + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}xyz + w\bar{x}\bar{y}z + xw\bar{y}z$

$\bar{w}z[(\bar{x}y + x\bar{y} + xy + \bar{x}\bar{y})] + w\bar{x}\bar{y}z + xw\bar{y}z$ Ley distributiva

$\bar{w}z[(\bar{x}(y+\bar{y}) + x(y+\bar{y})] + w\bar{x}\bar{y}z + xw\bar{y}z$ Ley distributiva

$\bar{w}z[(\bar{x}(1) + x(1))] + w\bar{x}\bar{y}z + xw\bar{y}z$ Ley complemento

$\bar{w}z(\bar{x}+x) + w\bar{x}\bar{y}z + xw\bar{y}z$ Ley de identidad

$\bar{w}z(1) + xw\bar{x}\bar{y}z + xw\bar{y}z$ Ley complemento

$\bar{w}z + w\bar{x}\bar{y}z + xw\bar{y}z$ Ley de identidad

$\bar{w}z + w\bar{y}z(\bar{x}+x)$ Ley distributiva

$\bar{w}z + w\bar{y}z(1)$ Ley complemento

$\bar{w}z + w\bar{y}z$ Ley de identidad

$z(\bar{w} + w\bar{y})$ Ley distributiva

$z(\bar{w} + \bar{y})$ Absorción parcial

$\bar{w}z + \bar{y}z$ Ley distributiva

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	0	0
10	0	1	0	0

Grupo 1 (4 unos): $\bar{w}z$
Grupo 2 (4 unos): $\bar{y}z$

$G = \bar{w}z + \bar{y}z$

CS Escaneado con CamScanner

Paso 6: Practicas individuales los ejercicios de minimización con mapas de Karnaugh. Los estudiantes resuelven almenos 5 ejercicios de 2, 3 y 4 variables con diferentes niveles de dificultad.

Ejercicios de 3 variables

Ejercicio 1:

$F(A, B, C) = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

Tabla completa.

$(A \cdot B)$	$+(\bar{A} \cdot B \cdot C)$	$+(A \cdot B \cdot \bar{C})$	$+(A \cdot \bar{B} \cdot C)$
000010000	0	00001	0	00100
000010001	0	00000	0	00101
001011100	0	00101	0	00000
001111111	1	00100	1	00001
100000000	0	10001	0	11100
100000001	0	10000	1	11111
111100100	1	11111	1	10000
111100101	1	11100	1	10001

Mapa de Karnaugh

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

Grupo 1 (2 unos): AB
Grupo 2 (2 unos): BC
Grupo 3 (2 unos): AC

$F = AB + BC + AC$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 2:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

C \ AB	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Grupo 1: $\bar{B}$

Grupo 2: C

$F = \bar{B} + C$

$\bar{A}\bar{B}C$	$+\bar{A}BC$	$+A\bar{B}\bar{C}$	$+\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$+A\bar{B}C$	$+ABC$
111	100	011	111	010	000
110	101	010	110	011	001
101	110	001	101	000	010
100	111	000	100	001	011
011	000	111	011	110	100
010	001	110	010	111	101
001	010	101	001	100	110
000	011	100	000	101	111
111	001	001	111	001	100
100	000	000	100	000	100
001	010	000	000	000	000
001	111	100	100	100	100
001	000	111	001	110	100
001	000	100	000	111	100
000	000	000	000	000	010
000	000	000	000	000	111

Escaneado con CamScanner

Ejercicios de 4 variables

Ejercicio 3:

$$F(A,B,C,D) = AB + A\bar{B} + ACD + A\bar{C}D + ABC$$

Tabla completa

$(A \cdot B)$		$(A \cdot \bar{B})$		$(A \cdot C \cdot D)$		$(A \cdot \bar{C} \cdot D)$		$(A \cdot B \cdot C)$
000	0	001	0	00000	0	00100	0	00000
000	0	001	0	00001	0	00101	0	00000
000	0	001	0	00100	0	00000	0	00001
000	0	001	0	00101	0	00001	0	00001
001	0	000	0	00000	0	00100	0	00100
001	0	000	0	00001	0	00101	0	00100
001	0	000	0	00100	0	00000	0	00101
001	0	000	0	00101	0	00001	0	00101
100	1	111	1	10000	1	11100	1	10000
100	1	111	1	10001	1	11111	1	10000
100	1	111	1	11100	1	10000	1	10001
100	1	111	1	11111	1	10001	1	10001
111	1	100	1	10000	1	11100	1	11100
111	1	100	1	10001	1	11111	1	11100
111	1	100	1	11100	1	10000	1	11111
111	1	100	1	11111	1	10001	1	11111

Mapa de Karnaugh

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

Grupo 1 (8 unos): A

$$F = A$$

CS Escaneado con CamScanner

Ejercicio 4:

$F(A,B,C,D) = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$

Tabla completa

$(\bar{A}\cdot B\cdot C)$		$(A\cdot B\cdot C)$		$(B\cdot C\cdot D)$		$(B\cdot \bar{C}\cdot D)$		$(A\cdot \bar{B}\cdot D)$
10000	0	00000	0	00000	0	00100	0	000100
10000	0	00000	0	00001	0	00101	0	000101
10001	0	00001	0	00100	0	00000	0	000100
10001	0	00001	0	00101	0	00001	0	000101
11100	0	00100	0	10000	0	11100	0	000000
11100	0	00100	0	10001	1	11111	1	100001
11111	1	00101	1	11100	1	10000	1	100000
11111	1	00101	1	11111	1	10001	1	100001
00000	0	10000	0	00000	0	00100	0	011100
00000	0	10000	0	00001	0	00101	1	111111
00001	0	10001	0	00100	0	00000	0	011100
00001	0	10001	0	00101	0	00001	1	111111
00100	0	11100	0	10000	0	11100	0	010000
00100	0	11100	0	10001	1	11111	1	110001
00101	0	11111	1	11100	1	10000	1	110000
00101	0	11111	1	11111	1	10001	1	110001

Mapa de Karnaugh

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

Grupo 1 (4 unos): BD

Grupo 2 (4 unos): AD

Grupo 3 (4 unos): CB

$F = BD + AD + CB$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 5:

w	x	y	z	Salida
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	0	0
10	0	1	0	0

Grupo 1 (4 unos): $\bar{w}z$

Grupo 2 (4 unos): $\bar{y}z$

$F = \bar{w}z + \bar{y}z$

CS Escaneado con CamScanner

Roblez Roblez Sdier Emanuel

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

Estudiante: Sdier Emanuel Roblez Roblez.
Asignatura: Matemáticas Discretas
Ciclo: 01

1) Los equipos trabajan en talleres de diseño de funciones lógicas: dado un problema práctico (ej: sistema de alarma, control de acceso, circuito de votación), construyen la tabla de verdad, el mapa de Karnaugh y obtienen el circuito lógico simplificado.

* Planteamiento del problema.

Se desea diseñar el circuito de control para activar un sistema de Evacuación de Humos y Calor (S) en una sala de servidores críticos (DATA CENTER). El sistema de monitoreo parámetros ambientales y de seguridad a través de cuatro sensores digitales para optimizar el consumo eléctrico y salvaguardar los equipos.

* Definición de Variables de Entrada

- Temperatura (T) | Si la temperatura supera los 35 °C - Alta; 0 Si es Normal.
- Humedad (H) | Si la humedad relativa supera el 70% - Alta; 0 Si es Normal.
- Presencia (P) | Si hay personal técnico trabajando en la sala; 0 Si es Normal y la sala está vacía.
- Alarma (A) | Si se activa el detector de humo/incendio; 0 Si el ambiente está limpio.

* Definición de la Variable de Salida

- Sistema de Evacuación de Humos y Calor (S) 1 para activar la ventilación o evacuación forzada; 0 para mantenerlo apagado.

* Condiciones de activación estrictas

1. SEGURIDAD ABSOLUTA

El sistema se enciende siempre que ocurra un conato de incendio (A = 1), sin importar las demás variables.

2. CONFORT TÉCNICO HUMANO

El sistema se activa si la temperatura es alta (T = 1) Y hay personal trabajando (P = 1)

3. PROTECCIÓN DE HARDWARE

El sistema se activa si la humedad es excesiva (H = 1) Y la sala se encuentra completamente vacía (P = 0)

- TABLA DE VERDAD

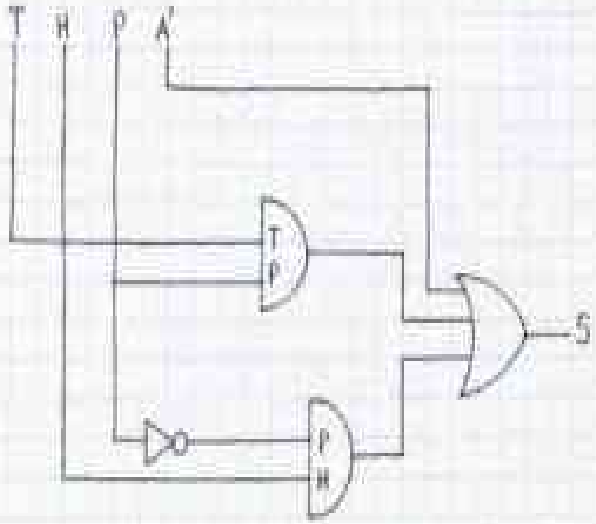
T	H	P	A	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1

• MAPA DE KARNAUGH Y SIMPLIFICACIÓN LÓGICA

THPA	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	0
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

$$S = A + (H \cdot \overline{P}) + (\overline{T} \cdot P)$$

DIAGRAMA DEL CIRCUITO



2) Análisis de formas canónicas conversión entre suma de productos (SOP) y producto de sumas (POS), obtención de minitérminos y maxitérminos y su relación con los mapas de Karnaugh

1. OBTENCIÓN DE TÉRMINOS MAXTÉRMINOS (POS – Producto de sumas)

Para la forma POS, nos enfocamos en las filas de la tabla de verdad donde la salida S=0. Cada una de estas filas es un maxitérmino (M). Aquí la lógica es inversa: si la variable vale 0 se coloca normal y si vale 1 se coloca negada, sumándose entre sí.

La salida S es igual a 0 en los siguientes posteriores.

* M_0 (0000) $\rightarrow (T + H + P + A)$
* M_2 (0010) $\rightarrow (T + H + \overline{P} + A)$
* M_6 (0110) $\rightarrow (T + \overline{H} + \overline{P} + A)$
* M_8 (1000) $\rightarrow (\overline{T} + H + P + A)$

Expresión canónica POS:

Representamos la función como el producto ($\prod$) de estos maxitérminos

$S(T, H, P, A) = \prod M(0, 2, 6, 8)$

$S = (T + H + P + A) - (T + H + \overline{P} + A) - (T + \overline{H} + \overline{P} + A) - (\overline{T} + H + P + A)$

2. OBTENCIÓN DE MINITÉRMINOS (SOP – Suma de Productos)

Para la SOP, nos enfocamos en todas las filas de la tabla de verdad donde la salida S=1. Cada una de estas filas representa un minitérmino (m). Si la variable vale 1 se pone normal, y si vale 0 se pone negada.

La salida S es igual a 1 en los siguientes minitérminos:

* m_1 (0001) → $\overline{THPA}$
* m_3 (0011) → $\overline{THP}A$
* m_4 (0100) → $\overline{TH}\,\overline{PA}$
* m_5 (0101) → $\overline{TH}\,\overline{P}A$
* m_7 (0111) → $\overline{T}HPA$
* m_9 (1001) → $T\,\overline{HPA}$
* m_{10} (1010) → $T\,\overline{HP}\,\overline{A}$
* m_{11} (1011) → $T\,\overline{HP}A$
* m_{12} (1100) → $T\,H\,\overline{PA}$
* m_{13} (1101) → $T\,H\,\overline{P}A$
* m_{14} (1110) → $T\,H\,P\,\overline{A}$
* m_{15} (1111) → $THPA$

Expresión Canónica SOP

Representamos la función como la sumatoria ($\sum$) de estos minitérminos:

$S(T,H,P,A) = \sum m(1,3,4,5,7,9,10,11,12,13,14,15)$

$S = \overline{THPA} + \overline{THP}A + \overline{TH}\,\overline{PA} + \overline{TH}\,\overline{P}A + \overline{T}HPA + T\,\overline{HPA} + T\,\overline{HP}\,\overline{A} + T\,\overline{HP}A$
$+ T\,H\,\overline{PA} + T\,H\,\overline{P}A + T\,H\,P\,\overline{A} + THPA$

3. RELACIÓN CON EL MAPA DE KARNAUGH

* Minterminos (SOP): Representan los doce 1 ubicados en las celdas de tu mapa. Al agruparlos obtienes la función simplificada.

$S = A + (\overline{H} - \overline{P}) + (T - P)$

* Maxterminos (POS): Representan los cuadros 0 vacios en tu mapa. Agrupar estos ceros permite simplificar la función por su inverso lógico.

Ejercicio 1

$F(A,B,C) = AB + \overline{A}BC + AB\overline{C} + A\overline{B}C$

Algebra booleana

$F = AB + \overline{A}BC + AB\overline{C} + A\overline{B}C$	1
$F = A(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC + A\overline{B}C$	2
$F = A(B + C) + \overline{A}BC$	3
$F = AB + AC + \overline{A}BC$	1
$F = AB + C(B + \overline{A}B)$	1
$F = AB + C(A + B)$	3
$F = AB + AC + BC$	1

1. Ley distributiva
2. Ley de absorción
3. Absorción parcial

Mapas de Karnaugh

AB

C	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

Grupo 1 (2 unos): AB

Grupo 2 (2 unos): BC

Grupo 3 (2 unos): AC

$F = AB + AC + BC$

Respuesta: En los dos procesos queda la misma respuesta

$F = AB + AC + BC$

Ejercicio 2

$F(A, B, C, D) = AB + \overline{AB} + ACD + A\overline{C}D + A\overline{C}D + ABC$

Algebra booleana

$F = AB + A\overline{B} + A\overline{C}D + ACD + ABC$

$F = A(B + \overline{B}) + AD(\overline{C} + C) + ABC$	Ley distributiva
$F = A(1) + AD(1) + ABC$	Ley del complemento
$F = A + AD + ABC$	Ley de identidad
$F = A + ABC$	Absorción
$F = A$	Absorción

Mapas de Karnaugh

$AB\backslash CD$	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

Grupo 1 (8 variables): A

$F = A$

Respuesta: En los dos procesos queda la misma respuesta $F = A$

Ejercicio 4

$F(A, B, C, D) = \overline{A}BC + ABC + BCD + B\overline{C}D + A\overline{B}D$

Algebra booleana

$F = \overline{A}BC + ABC + BCD + B\overline{C}D + A\overline{B}D$	Ley distributiva
$F = BC(\overline{A} + A) + BD(C + \overline{C}) + A\overline{B}D$	Ley del complemento
$F = BC(1) + BD(1) + A\overline{B}D$	Ley de identidad
$F = BC + BD + A\overline{B}D$	Ley distributiva
$F = BC + D(B + A\overline{B})$	Absorción parcial
$F = BC + D(B + A)$	Ley distributiva
$F = BC + BD + AD$	

--- [Siguiente Página] ---

Mapas de Karnaugh

	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

Grupo 1 (4 unos): BD

Grupo 2 (4 unos): AD

Grupo 3 (4 unos): CB

$F = BD + AD + CB$

Respuesta: Por los dos métodos queda la misma respuesta

$F = BD + AD + CB$

Paso 6:

Prácticas individuales los ejercicios de minimización con mapas de Karnaugh. Los estudiantes resuelven al menos 5 ejercicios de 2, 3 y 4 variables con diferentes niveles de dificultad.

Ejercicios de 3 variables

Ejercicio 1:

$F(A, B, C) = AB + \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

Tabla completa

$(A * B) + (\bar{A} * B * C) + (A * B * \bar{C}) + (A * \bar{B} * C)$

(A * B)		+(Ā * B * C)+		(A * B * C̄)		+(A * B̄ * C)	
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1

Mapa de Karnaugh

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

AB̄\C	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

Grupo 1 (2 unos): AB

Grupo 2 (2 unos): BC

Grupo 3 (2 unos): AC

$F = AB + BC + AC$

Ejercicios de 4 variables

Ejercicio 3:

$F(A, B, C, D) = AB + \overline{AB} + ACD + \overline{ACD} + \overline{ABC}$

Tabla completa

(A - B)	+	(A - $\overline{B}$)	+	(A - C - D)	+	(A - $\overline{C}$ - D)	+	(A - B - C)
000	0	001	0	00000	0	00100	0	00000	0
000	1	001	0	00001	0	00101	0	00000	0
000	0	001	0	00100	0	00110	0	00000	0
000	1	001	0	00000	0	00111	0	00000	0
001	0	000	0	00001	0	00000	0	00100	0
001	1	000	0	00100	0	00001	0	00100	0
001	0	000	0	00101	0	00010	0	00100	0
001	1	000	0	10000	0	00011	0	00100	0
100	0	111	1	10001	1	11100	1	10000	1
100	1	111	1	11100	1	11101	1	10001	1
100	0	111	1	11111	1	11110	1	10010	1
100	1	111	1	10011	1	11111	1	10011	1
111	0	100	1	11100	1	10000	1	11100	1
111	1	100	1	11101	1	10001	1	11101	1
111	0	100	1	11110	1	10010	1	11110	1
111	1	100	1	11111	1	10011	1	11111	1

Mapa de Karnaugh

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1

1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

CD\AB	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

Grupo 1 (8 unos): A

$F = A$

Ejercicio 4:

$F(A,B,C,D) = \bar{A}BC + ABC + BCD + B\bar{C}D + A\bar{B}D$

Tabla completa

$(\bar{A} - B - C) + (A - B - C) + (B - C - D) + (B - \bar{C} - D) + (A - \bar{B} - D)$

10000	0	00000	0	00100	0	000100	0
10000	0	00000	0	00100	0	000101	0
10001	0	00001	0	00000	0	000100	0
10001	0	00001	0	00000	0	000101	0
11000	0	10000	0	11100	1	100000	0
11000	0	10000	0	11100	1	100001	1
11001	0	10001	0	10001	1	100000	1
11001	0	10001	0	10001	1	100001	1
00000	1	00000	0	00100	0	011100	0
00000	1	00000	0	00100	0	011111	1
00001	1	00001	0	00000	0	011100	0
00001	1	00001	0	00000	0	011111	1
00100	0	11100	1	10000	0	100000	0
00100	0	11100	1	10000	0	100001	1
00101	0	11111	1	11100	1	100000	1
00101	0	11111	1	10001	1	100001	1

Mapa de Karnaugh

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0

0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

AB\CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	0	1

Grupo 1 (4 unos) = BD

Grupo 2 (4 unos) = AD

Grupo 3 (4 unos) = CB

F = BD + AD + CB

$F(A, B, C) = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$

Tabla de verdad.

A	B	C	Salida
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Simplificación método algebraico.

$F = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$

$\overline{A}C(\overline{B}+B) + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$	Agrupación
$\overline{A}C(1) + \overline{A}BC + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$	Ley de identidad

$\overline{A}\overline{C} + \overline{A}C(\overline{B}+B) + \overline{A}BC$

$\overline{A}\overline{C} + \overline{A}\overline{C} + \overline{A}BC$	Ley de identidad

$C(\overline{A}+A) + \overline{A}BC$

$C(1) + \overline{A}BC$	Ley de identidad

$C + \overline{A}BC$

$C + C(AB)$	Ley de distribución

$C + A\overline{B}$

Mapa de Karnaugh

BC

A	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	1

Grupo 1:

BC = 01

BC = 11

B cambia de 0 a 1

C se mantiene constante en 1

C

Grupo 2:

BC = 00

BC = 01

A se mantiene constante en 1

B se mantiene constante en 0

C cambia de 0 a 1

$A\bar{B}$

$F = C + A\bar{B}$

$G(W,X,Y,Z) = \overline{W}\overline{X}\overline{Y}Z + \overline{W}\overline{X}YZ + \overline{W}X\overline{Y}\overline{Z} + \overline{W}XYZ + W\overline{X}\overline{Y}Z + WX\overline{Y}\overline{Z}$

Tabla de verdad

	W	X	Y	Z	Salida
	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	1
	0	0	1	0	0
	0	0	1	1	1
	0	1	0	0	0
	0	1	0	1	1
	0	1	1	0	1
	0	1	1	1	1
	1	0	0	0	1
	1	0	0	1	0
	1	0	1	0	0
	1	0	1	1	0
	1	1	0	0	1
	1	1	0	1	0
	1	1	1	0	0
	1	1	1	1	0

Simplificación método algebraico.

$G = \bar{W}\bar{X}\bar{Y}Z + \bar{W}\bar{X}YZ + \bar{W}X\bar{Y}Z + \bar{W}XYZ + W\bar{X}\bar{Y}Z + WXYZ$	
$\bar{W}Z(XY + X\bar{Y} + \bar{X}Y) + W\bar{X}\bar{Y}Z + W\bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + WXY\bar{Z}$	Agrupación
$\bar{W}Z(X(1) + \bar{X}(1)) + W\bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + W\bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + WXY\bar{Z}$	Ley de identidad
$\bar{W}Z(X + \bar{X}) + W\bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + W\bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + WXY\bar{Z}$	Ley de identidad
$\bar{W}Z(1) + W\bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + W\bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + WXY\bar{Z}$	Ley de identidad
$\bar{W}Z + W\bar{Z}(\bar{X}\bar{Y} + \bar{X}Y + XY)$	Agrupación
$\bar{W}Z + W\bar{Z}(\bar{X}(\bar{Y} + Y) + XY)$	Ley de identidad
$\bar{W}Z + W\bar{Z}(\bar{X}(1) + XY)$	Ley de identidad
$\bar{W}Z + W\bar{Z}(\bar{X} + XY)$	Agrupación
$\bar{W}Z + W\bar{Z}(\bar{X} + Y)(\bar{X} + X)$	Ley de distribución
$\bar{W}Z + W\bar{Z}(1)$	Ley de distribución
$\bar{W}Z + W\bar{Z}$	Ley de identidad
$Z(\bar{W} + W\bar{Y})$	Agrupación
$Z(\bar{W} + \bar{Y})$	Ley de distribución
$\bar{W}Z + Z\bar{W}$	Ley de distribución

Mapa de Karnaugh

YZ/WX	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	1	1	1
11	1	1	0	0
10	0	0	0	0

(0001) y (0011)

(0101) y (0111)

(1101)

(1001)

$G = \bar{W}Z + \bar{Y}Z$